Cours d'optique géométrique

$1^{ére}$ *Année* CP

Hicham Belkebir[1]

[1]Département GEI
ENSA de Fez, Université Sidi Mohammed Ibno Abdellah

Cycle Préparatoire de L'ENSA de Fès, 2017

Sommaire

1. Introduction

2. Généralités et concepts de base
   - Nature de la lumière
   - Modèle ondulatoire de la lumière
     - Milieu et indice optique

L'être humain est doté de cinq sens : La vision, l'audition, l'odorat, le touché et le gout. La vision constitue le sens le plus important et le plus développé qui nous a permit de mieux appréhender le monde extérieur.

La lumière est l'agent physique responsable de la concrétisation du processus de la vision. Sa nature et ses propriétés physiques ont attiré la curiosité et l'intérêt des penseurs et savants depuis l'antiquité.

L'optique est la science dédiée à tout ce qui se rapporte à la lumière depuis son émission jusqu'à sa réception. Tout en s'intéressant plus particulièrement à son passage et son interaction avec les différents milieux qui s'interposent entre la source et le récepteur.

L'être humain est doté de cinq sens : La vision, l'audition, l'odorat, le touché et le gout. La vision constitue le sens le plus important et le plus développé qui nous a permit de mieux appréhender le monde extérieur.

La lumière est l'agent physique responsable de la concrétisation du processus de la vision. Sa nature et ses propriétés physiques ont attiré la curiosité et l'intérêt des penseurs et savants depuis l'antiquité.

L'optique est la science dédiée à tout ce qui se rapporte à la lumière depuis son émission jusqu'à sa réception. Tout en s'intéressant plus particulièrement à son passage et son interaction avec les différents milieux qui s'interposent entre la source et le récepteur.

L'être humain est doté de cinq sens : La vision, l'audition, l'odorat, le touché et le gout. La vision constitue le sens le plus important et le plus développé qui nous a permit de mieux appréhender le monde extérieur.
La lumière est l'agent physique responsable de la concrétisation du processus de la vision. Sa nature et ses propriétés physiques ont attiré la curiosité et l'intérêt des penseurs et savants depuis l'antiquité.
L'optique est la science dédiée à tout ce qui se rapporte à la lumière depuis son émission jusqu'à sa réception. Tout en s'intéressant plus particulièrement à son passage et son interaction avec les différents milieux qui s'interposent entre la source et le récepteur.

L'optique rassemble plusieurs disciplines scientifiques. Dans ce cours, on va s'intéresser à l'optique géométrique.

Optique géométrique

Elle s'interesse à la trajectoire des rayons lumineux, émis par un objet ou plusieurs, dans les différents milieux optiques qui s'interposent sur leur chemein avant d'atteindre le récepteur pour former l'image.

L'optique rassemble plusieurs disciplines scientifiques. Dans ce cours, on va s'intéresser à l'optique géométrique.

Optique géométrique

Elle s'interesse à la trajectoire des rayons lumineux, émis par un objet ou plusieurs, dans les différents milieux optiques qui s'interposent sur leur chemein avant d'atteindre le récepteur pour former l'image.

Système optique

Un système optique se compose en général de trois parties :

Emetteur (source de lumière)

- Ponctuelle ou étendue.
- Monochromatique ou polychromatique.
- Cohérente ou incohérente.

Milieu optique

Il peut être constitué d'un seul ou de plusieurs milieux optiques de formes géométriques diversifiés.

Récepteur

Ecran opaque ou capteur analogique ou numérique, en général les capteurs sont sensibles à l'intensité de la lumière.

Système optique

Un système optique se compose en général de trois parties :

Emetteur (source de lumière)

- Ponctuelle ou étendue.
- Monochromatique ou polychromatique.
- Cohérente ou incohérente.

Milieu optique

Il peut être constitué d'un seul ou de plusieurs milieux optiques de formes géométriques diversifiés.

Récepteur

Ecran opaque ou capteur analogique ou numérique, en général les capteurs sont sensibles à l'intensité de la lumière.

Système optique

Un système optique se compose en général de trois parties :

Emetteur (source de lumière)

- Ponctuelle ou étendue.
- Monochromatique ou polychromatique.
- Cohérente ou incohérente.

Milieu optique

Il peut être constitué d'un seul ou de plusieurs milieux optiques de formes géométriques diversifiés.

Récepteur

Ecran opaque ou capteur analogique ou numérique, en général les capteurs sont sensibles à l'intensité de la lumière.

Système optique

Un système optique se compose en général de trois parties :

Emetteur (source de lumière)

- Ponctuelle ou étendue.
- Monochromatique ou polychromatique.
- Cohérente ou incohérente.

Milieu optique

Il peut être constitué d'un seul ou de plusieurs milieux optiques de formes géométriques diversifiés.

Récepteur

Ecran opaque ou capteur analogique ou numérique, en général les capteurs sont sensibles à l'intensité de la lumière.

Lignes directrices

1 Introduction

2 Généralités et concepts de base
- Nature de la lumière
- Modèle ondulatoire de la lumière
  - Milieu et indice optique

Qu'est-ce que la lumière ?

Nature de la lumière : onde ou corpuscule

	onde	Particule
Localisation	délocalisée	localisée
Mouvement	énergie	énergie et matière
dénombrabilité	non-dénombrable	dénombrables
séparabilité	non séparable	complétement séparable

Qu'est-ce que la lumière ?

Nature de la lumière : onde ou corpuscule

	onde	Particule
Localisation	délocalisée	localisée
Mouvement	énergie	énergie et matière
dénombrabilité	non-dénombrable	dénombrables
séparabilité	non séparable	complétement séparable

Nature duale

Cas de l'électron

Un électron est un corpuscule dénombrable. À des faibles vitesses de déplacement, il est entièrement localisable dans l'espace et dans le temps. Sa trajectoire est prédictible avec une grande précision. Parcontre si on l'accélère à des vitesses proches de celle de la lumière, le caractère ondulatoire se manifeste clairement.

Cas d'une onde EM

Une onde électromagnétique se propage et interagit avec la matière conformément aux lois de la physique ondulatoire. Toutefois lorsque sa fréquence de vibration devient très grande, son interaction avec la matière laisse émerger le caractère corpusculaire tel qu'il est la cas dans l'effet Compton.

Nature duale

Cas de l'électron

Un électron est un corpuscule dénombrable. À des faibles vitesses de déplacement, il est entièrement localisable dans l'espace et dans le temps. Sa trajectoire est prédictible avec une grande précision. Parcontre si on l'accélère à des vitesses proches de celle de la lumière, le caractère ondulatoire se manifeste clairement.

Cas d'une onde EM

Une onde électromagnétique se propage et interagit avec la matière conformément aux lois de la physique ondulatoire. Toutefois lorsque sa fréquence de vibration devient très grande, son interaction avec la matière laisse émerger le caractère corpusculaire tel qu'il est la cas dans l'effet Compton.

Nature duale

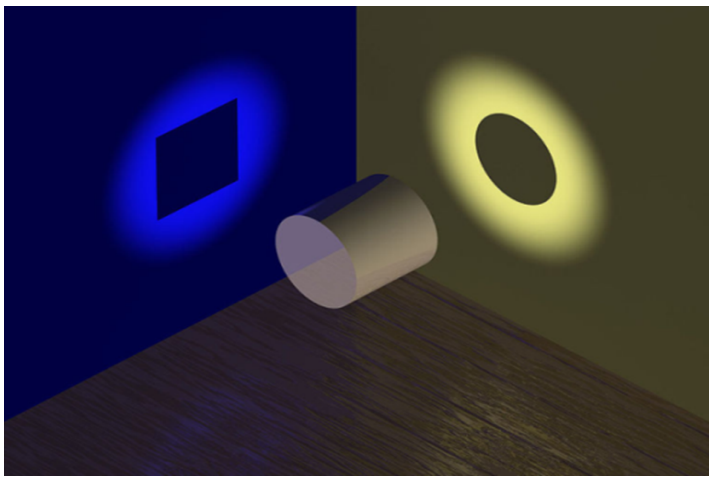
Cas de l'électron

Un électron est un corpuscule dénombrable. À des faibles vitesses de déplacement, il est entièrement localisable dans l'espace et dans le temps. Sa trajectoire est prédictible avec une grande précision. Parcontre si on l'accélère à des vitesses proches de celle de la lumière, le caractère ondulatoire se manifeste clairement.

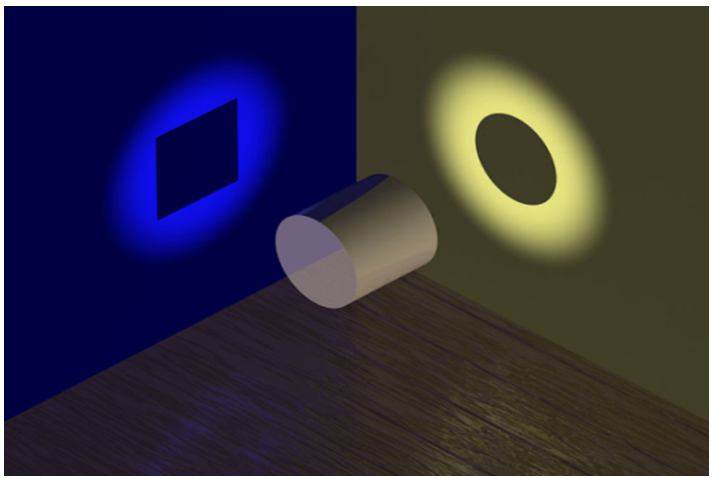
Cas d'une onde EM

Une onde électromagnétique se propage et interagit avec la matière conformément aux lois de la physique ondulatoire. Toutefois lorsque sa fréquence de vibration devient très grande, son interaction avec la matière laisse émerger le caractère corpusculaire tel qu'il est la cas dans l'effet Compton.

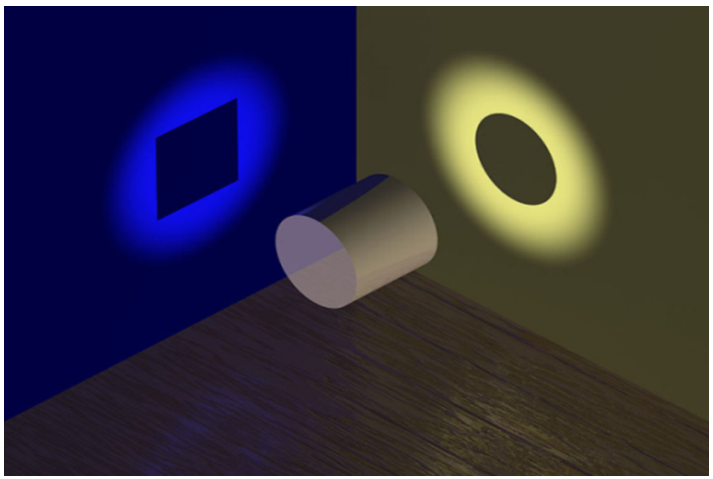
- La frontière entre la nature ondulatoire et corpusculaire est très mince. La vitesse d'un corpuscule joue un rôle important dans la manifestation du comportement ondulatoire. En outre, la fréquence de l'onde est responsable de la manifestation de la nature corpusculaire.
- La lumière présente une nature duale. Elle peut être traitée comme une onde comme elle peut être décrite comme un corpuscule (photon) selon le contexte de l'utilisation.



- La frontière entre la nature ondulatoire et corpusculaire est très mince. La vitesse d'un corpuscule joue un rôle important dans la manifestation du comportement ondulatoire. En outre, la fréquence de l'onde est responsable de la manifestation de la nature corpusculaire.
- La lumière présente une nature duale. Elle peut être traitée comme une onde comme elle peut être décrite comme un corpuscule (photon) selon le contexte de l'utilisation.



- La frontière entre la nature ondulatoire et corpusculaire est très mince. La vitesse d'un corpuscule joue un rôle important dans la manifestation du comportement ondulatoire. En outre, la fréquence de l'onde est responsable de la manifestation de la nature corpusculaire.
- La lumière présente une nature duale. Elle peut être traitée comme une onde comme elle peut être décrite comme un corpuscule (photon) selon le contexte de l'utilisation.



Lignes directrices

1 Introduction

2 Généralités et concepts de base
- Nature de la lumière
- Modèle ondulatoire de la lumière
  - Milieu et indice optique

Équation d'ondes

Dans ce modèle, la lumière est une onde électromagnétique qui se propage transversalement au plan de vibration des champs électriques et magnétiques. En général, l'expression mathématique d'une telle onde est très complexe. Pour l'établire il faut résoudre l'équation d'ondes dont l'expression est donnée par :

Équation d'ondes

$$\left(\triangle - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \Phi = 0 \tag{1}$$

Équation d'ondes

Dans ce modèle, la lumière est une onde électromagnétique qui se propage transversalement au plan de vibration des champs électriques et magnétiques. En général, l'expression mathématique d'une telle onde est très complexe. Pour l'établire il faut résoudre l'équation d'ondes dont l'expression est donnée par :

Équation d'ondes

$$\left(\triangle - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \Phi = 0 \tag{1}$$

Onde plane monochromatique (OPM)

En général, l'expression mathématique de la solution de l'équation d'onde est très complexe mais il est toujours possible de la simplifier en la construisant à partir de solutions élémentaires vue la linéarité de l'équation d'ondes. En utilisant l'analyse de Fourier, il est possible de construire la solution générale à partir de fonctions élémentaires telles que les ondes planes monochromatiques. Ces derniers ont pour expression générale :

Onde Plane Monochromatique

$$\Phi_e(\vec{r},t) = \Phi\left(\omega,\vec{k}\right)\exp\left[i\left(\varphi_0 + \vec{k}.\vec{r} - \omega t\right)\right] \quad (2)$$

avec $\Phi\left(\omega,\vec{k}\right)$ est l'amplitude de l'onde plane, $\vec{k}$ est le vecteur d'onde de cette dernière, φ_0 est le retard de phase à la source et ω est la fréquence angulaire de l'onde.

Onde plane monochromatique (OPM)

En général, l'expression mathématique de la solution de l'équation d'onde est très complexe mais il est toujours possible de la simplifier en la construisant à partir de solutions élémentaires vue la linéarité de l'équation d'ondes. En utilisant l'analyse de Fourier, il est possible de construire la solution générale à partir de fonctions élémentaires telles que les ondes planes monochromatiques. Ces derniers ont pour expression générale :

Onde Plane Monochromatique

$$\Phi_e\left(\vec{r},t\right)=\Phi\left(\omega,\vec{k}\right)\exp\left[i\left(\varphi_0+\vec{k}.\vec{r}-\omega t\right)\right] \tag{2}$$

avec $\Phi\left(\omega,\vec{k}\right)$ est l'amplitude de l'onde plane, $\vec{k}$ est le vecteur d'onde de cette dernière, φ_0 est le retard de phase à la source et ω est la fréquence angulaire de l'onde.

Onde plane monochromatique (OPM)

La solution générale s'obtient par sommation sur toute la bande spectrale de l'onde lumineuse et sur toutes les directions de propagation possibles :

Solution générale

$$\Phi(\mathbf{r},t) = \int d\omega \int d^3\mathbf{k}\, \Phi(\omega,\mathbf{k}) \exp\{i(\mathbf{k}.\mathbf{r} - \omega t)\} \tag{3}$$

La fréquence angulaire de l'onde est relié au vecteur d'ondes par la vitesse de phase selon l'expression :

$$\vec{k} = \frac{\omega}{V_\phi}\vec{u} \tag{4}$$

Onde plane monochromatique (OPM)

La solution générale s'obtient par sommation sur toute la bande spectrale de l'onde lumineuse et sur toutes les directions de propagation possibles :

Solution générale

$$\Phi(\mathbf{r},t) = \int d\omega \int d^3\mathbf{k}\, \Phi(\omega,\mathbf{k}) \exp\{i(\mathbf{k}.\mathbf{r} - \omega t)\} \tag{3}$$

La fréquence angulaire de l'onde est relié au vecteur d'ondes par la vitesse de phase selon l'expression :

$$\vec{k} = \frac{\omega}{V_\phi}\vec{u} \tag{4}$$

Onde plane monochromatique (OPM)

La solution générale s'obtient par sommation sur toute la bande spectrale de l'onde lumineuse et sur toutes les directions de propagation possibles :

Solution générale

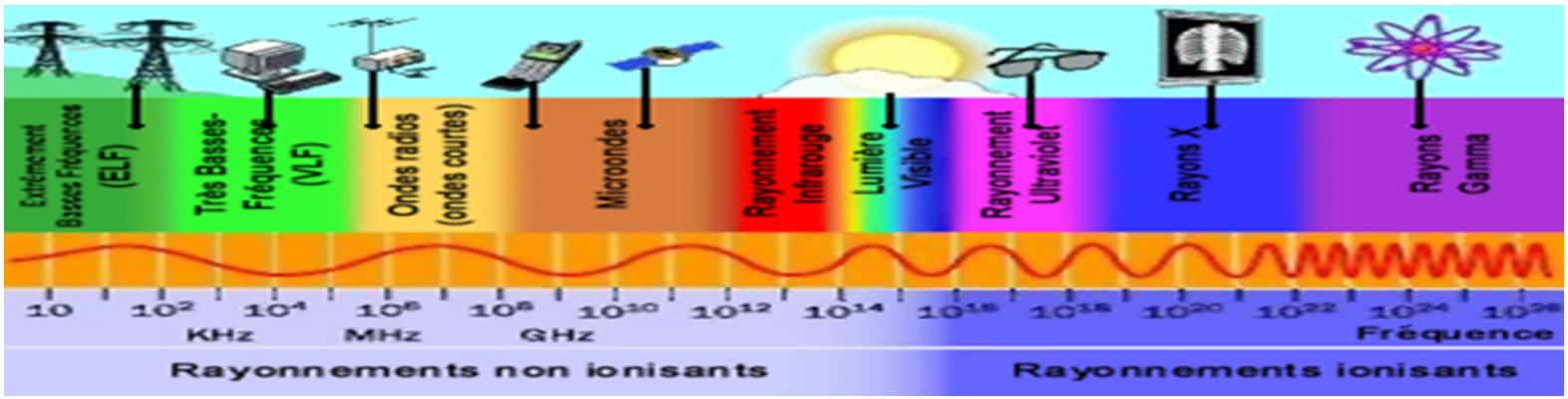
$$\Phi(\mathbf{r},t) = \int d\omega \int d^3\mathbf{k}\, \Phi(\omega,\mathbf{k}) \exp\{i(\mathbf{k}.\mathbf{r} - \omega t)\} \qquad (3)$$

La fréquence angulaire de l'onde est relié au vecteur d'ondes par la vitesse de phase selon l'expression :

$$\vec{k} = \frac{\omega}{V_\phi}\vec{u} \qquad (4)$$

Spectre des ondes électromagnétiques

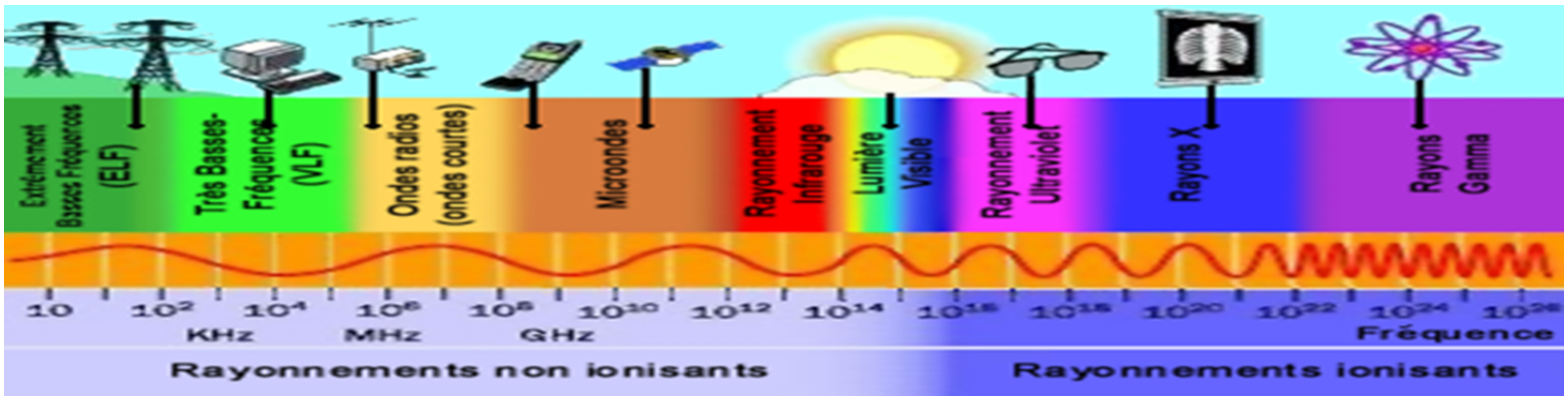
Le spectre des fréquences électromagnétique s'étend pour couvrir une large gamme de fréquences, des ondes radio aux rayons gamma :



L'œil humain est sensible à une gamme très réduite de ce spectre, c'est le domaine du visible. Il est compris entre 400 [nm] et 800[nm]. L'optique traite un domaine spectrale un peu plus large que celui du visible.

Spectre des ondes électromagnétiques

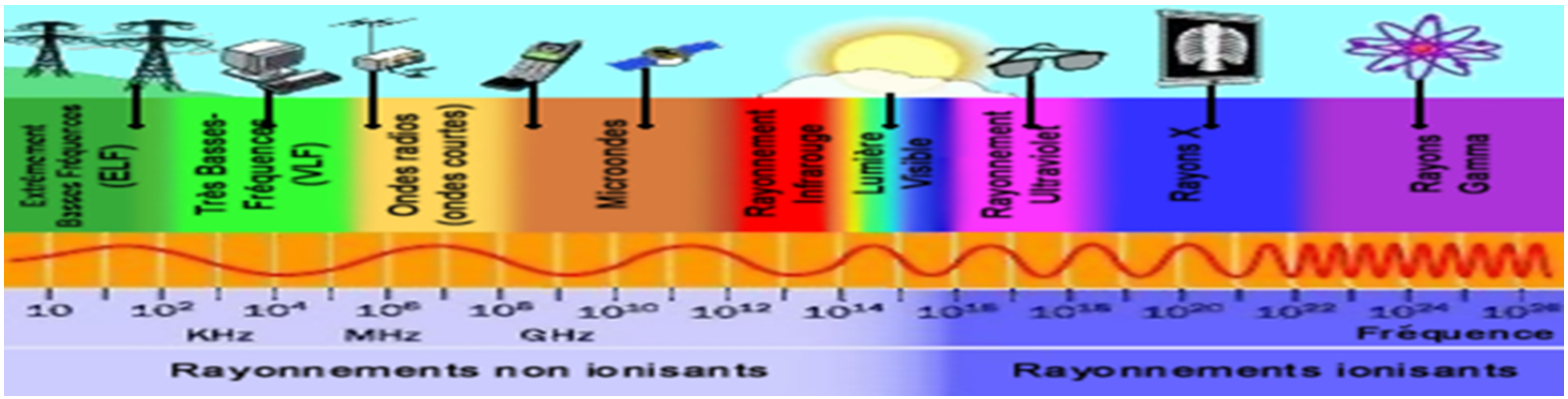
Le spectre des fréquences électromagnétique s'étend pour couvrir une large gamme de fréquences, des ondes radio aux rayons gamma :



L'œil humain est sensible à une gamme très réduite de ce spectre, c'est le domaine du visible. Il est compris entre 400 [nm] et 800[nm]. L'optique traite un domaine spectrale un peu plus large que celui du visible.

Spectre des ondes électromagnétiques

Le spectre des fréquences électromagnétique s'étend pour couvrir une large gamme de fréquences, des ondes radio aux rayons gamma :



L'œil humain est sensible à une gamme très réduite de ce spectre, c'est le domaine du visible. Il est compris entre 400 [nm] et 800[nm]. L'optique traite un domaine spectrale un peu plus large que celui du visible.

En général, Une onde optique n'a pas besoin de support matériel pour se propager comme c'est le cas pour les ondes mécaniques c'est pourquoi les ondes optiques se répandent facilement dans le vide avec une vitesse de l'ordre de 299792458 m/s. Cependant il est impossible d'isoler, dans le vide ou dans un milieu quelconque, une onde optique purement monochromatique. Il s'en suit que la lumière voyage toujours sous forme de paquets d'onde plus au moins à large bande spectrale et par conséquent on est obligé de définir deux types de vitesses, une qui correspond à chaque composante spectrale du paquet, c'est la vitesse de phase et l'autre pour le paquet tout entier, c'est la vitesse de groupe.

Vitesse de phase

Pour bien assimiler la notion de vitesse de phase, on va définir la notion de surface de phase ou surface d'onde. Cette dernière n'est autre que l'ensemble des points de l'espace tels que l'expression

$$\omega t - \mathbf{k}.\mathbf{r} = cte$$

La vitesse de phase $\mathbf{v}_\varphi$ est la vitesse avec laquelle la surface d'onde évolue au court du temps :

$$\frac{d\left(\omega t - \mathbf{k}.\mathbf{r}\right)}{dt} = 0 \Rightarrow \omega = \mathbf{k}.\frac{d\mathbf{r}}{dt} \Longrightarrow \mathbf{k}.\mathbf{v}_\varphi = \omega$$

Vitesse de phase

Pour bien assimiler la notion de vitesse de phase, on va définir la notion de surface de phase ou surface d'onde. Cette dernière n'est autre que l'ensemble des points de l'espace tels que l'expression

$$\omega t - \mathbf{k}.\mathbf{r} = cte$$

La vitesse de phase $\mathbf{v}_\varphi$ est la vitesse avec laquelle la surface d'onde évolue au court du temps :

$$\frac{d\left(\omega t - \mathbf{k}.\mathbf{r}\right)}{dt} = 0 \Rightarrow \omega = \mathbf{k}.\frac{d\mathbf{r}}{dt} \Longrightarrow \mathbf{k}.\mathbf{v}_\varphi = \omega$$

Vitesse de groupe

Une onde lumineuse est toujours polychromatique, en d'autres termes son spectre comprend plusieurs fréquences. Et pour chaque fréquence, on a une surface d'onde spécifique qui évolue avec sa propre vitesse de phase. Dans cette situation il est difficile de considérer la notion de vitesse de phase et on préfère bien décrire l'évolution dans le temps du paquet d'ondes par la vitesse de groupe qu'on définit par l'expression suivante :

$$\mathbf{v}_g = \mathbf{gard}_{\mathbf{k}}\,(\omega)$$

La vitesse de groupe est la vitesse avec laquelle se propage l'énergie électromagnétique de l'onde optique. Lorsque le paquet d'onde est composé d'une seule onde monochromatique, la vitesse de groupe prend la même valeur que la vitesse de phase.

Vitesse de groupe

Une onde lumineuse est toujours polychromatique, en d'autres termes son spectre comprend plusieurs fréquences. Et pour chaque fréquence, on a une surface d'onde spécifique qui évolue avec sa propre vitesse de phase. Dans cette situation il est difficile de considérer la notion de vitesse de phase et on préfère bien décrire l'évolution dans le temps du paquet d'ondes par la vitesse de groupe qu'on définit par l'expression suivante :

$$\mathbf{v}_g = \mathbf{grad}_{\mathbf{k}}\left(\omega\right)$$

La vitesse de groupe est la vitesse avec laquelle se propage l'énergie électromagnétique de l'onde optique. Lorsque le paquet d'onde est composé d'une seule onde monochromatique, la vitesse de groupe prend la même valeur que la vitesse de phase.

Milieu optique

Dans le vide, la lumière se propagent de proche en proche. Tous les points de la surface d'onde à l'instant t se comportent comme des sources secondaires qui génèrent des petites ondelettes dont le recouvrement forment la nouvelle surface d'onde à l'instant $t + dt$. C'est le principe de *Huygens-Fresnel* pour expliquer la propagation de la lumière dans un milieu donné. Cependant, il existe des milieux matériels dans lesquels la lumière est totalement atténuée ou réfléchie, ce sont les *milieux opaques*. Par contre, d'autres milieux permettent la propagation de la lumière sans aucun effet sur son intensité. Ce sont les *milieux transparents*. Dans un milieu transparent, la lumière entre en interaction avec sa structure microscopique afin de pouvoir se transmettre de proche en proche. Il s'en suit que sa vitesse de phase s'atténue. L'action du milieu sur la vitesse de phase est prise en charge par ce qu'on appelle indice optique du milieu :

$$n = \frac{c}{V_\phi}$$

Classification des milieux transparents

Milieu homogène isotrope

L'indice optique est constant en tout point du milieu et indépendant de la direction de propagation de la lumière.

Milieu linéaire

L'indice optique est indépendant de l'intensité de l'onde optique.

Milieu sans perte

L'indice optique du milieu est purement réel.

Milieu non dispersif

L'indice optique est indépendant de la fréquence de l'onde optique.

Classification des milieux transparents

Milieu homogène isotrope

L'indice optique est constant en tout point du milieu et indépendant de la direction de propagation de la lumière.

Milieu linéaire

L'indice optique est indépendant de l'intensité de l'onde optique.

Milieu sans perte

L'indice optique du milieu est purement réel.

Milieu non dispersif

L'indice optique est indépendant de la fréquence de l'onde optique.

Classification des milieux transparents

Milieu homogène isotrope

L'indice optique est constant en tout point du milieu et indépendant de la direction de propagation de la lumière.

Milieu linéaire

L'indice optique est indépendant de l'intensité de l'onde optique.

Milieu sans perte

L'indice optique du milieu est purement réel.

Milieu non dispersif

L'indice optique est indépendant de la fréquence de l'onde optique.

Classification des milieux transparents

Milieu homogène isotrope

L'indice optique est constant en tout point du milieu et indépendant de la direction de propagation de la lumière.

Milieu linéaire

L'indice optique est indépendant de l'intensité de l'onde optique.

Milieu sans perte

L'indice optique du milieu est purement réel.

Milieu non dispersif

L'indice optique est indépendant de la fréquence de l'onde optique.

Classification des milieux transparents

Milieu homogène isotrope

L'indice optique est constant en tout point du milieu et indépendant de la direction de propagation de la lumière.

Milieu linéaire

L'indice optique est indépendant de l'intensité de l'onde optique.

Milieu sans perte

L'indice optique du milieu est purement réel.

Milieu non dispersif

L'indice optique est indépendant de la fréquence de l'onde optique.

Lignes directrices

3 Approximation de l'optique géométrique
- Chemin optique et principe de Fermat
- Lois de comportement à l'interface entre deux milieux.
- Applications des lois de Snell-Descartes :

4 Systèmes Optiques
- Stigmatisme et aplanétisme
- Conditions de Gauss
- Dioptres sphériques
- Dioptre plan dans l'approximation de Gauss
- Miroir dans l'approximation de Gauss
  - Miroir plan
- Association de dioptres sphériques : Lentilles minces et épaisses

Domaine de validité de l'optique géométrique

Dimensions caractéristiques

Tant que les dimensions des objets traversés par la lumière sont très grandes devant la longueur d'onde du faisceau lumineux ($D \gg \lambda$) alors il est possible de s'affranchir du caractère ondulatoire de la lumière et d'adopter un modèle plus simplifié pour décrire la propagation de la lumière. C'est le modèle de l'optique géométrique.

Notion du rayon lumineux

En principe, il est impossible d'isoler un seul rayon d'un faisceau lumineux à cause du phénomène de diffraction. Toutefois nous allons adopter cette notion abstraite pour représenter la direction de propagation de la lumière dans les milieux optiques.

Domaine de validité de l'optique géométrique

Dimensions caractéristiques

Tant que les dimensions des objets traversés par la lumière sont très grandes devant la longueur d'onde du faisceau lumineux ($D \gg \lambda$) alors il est possible de s'affranchir du caractère ondulatoire de la lumière et d'adopter un modèle plus simplifié pour décrire la propagation de la lumière. C'est le modèle de l'optique géométrique.

Notion du rayon lumineux

En principe, il est impossible d'isoler un seul rayon d'un faisceau lumineux à cause du phénomène de diffraction. Toutefois nous allons adopter cette notion abstraite pour représenter la direction de propagation de la lumière dans les milieux optiques.

Domaine de validité de l'optique géométrique

Dimensions caractéristiques

Tant que les dimensions des objets traversés par la lumière sont très grandes devant la longueur d'onde du faisceau lumineux ($D \gg \lambda$) alors il est possible de s'affranchir du caractère ondulatoire de la lumière et d'adopter un modèle plus simplifié pour décrire la propagation de la lumière. C'est le modèle de l'optique géométrique.

Notion du rayon lumineux

En principe, il est impossible d'isoler un seul rayon d'un faisceau lumineux à cause du phénomène de diffraction. Toutefois nous allons adopter cette notion abstraite pour représenter la direction de propagation de la lumière dans les milieux optiques.

Chemin optique

Définition

Le chemin optique est la distance parcourue par la lumière dans le vide pendant le temps que mettrait la lumière pour parcourir la même distance dans un milieu d'indice optique n :

$$L_{AB} = c \times t_{milieu}$$

$$L_{AB} = c \times \frac{AB}{v_\varphi}$$

$$L_{AB} = n\,AB$$

Principe de Fermat

Principe du moindre temps (1657)

Dans un milieu optique quelconque, Pour aller d'un point A à un point B la lumière choisira la trajectoire pour laquelle le chemin optique est stationnaire $dL = 0$.

Principe de retour inverse

C'est une conséquence directe du principe de Fermat, il stipule que si la lumière prend la trajectoire (i) pour aller de A à B alors elle empruntera la même trajectoire (i) pour revenir de B à A.

Principe de Fermat

Principe du moindre temps (1657)

Dans un milieu optique quelconque, Pour aller d'un point A à un point B la lumière choisira la trajectoire pour laquelle le chemin optique est stationnaire $dL = 0$.

Principe de retour inverse

C'est une conséquence directe du principe de Fermat, il stipule que si la lumière prend la trajectoire (i) pour aller de A à B alors elle empruntera la même trajectoire (i) pour revenir de B à A.

Équation des rayons

Soit $\mathcal{C}$ une trajectoire suivie par un rayon lumineux dans milieu optique quelconque et soit s l'abscisse curviligne décrivant cette trajectoire. Soit une portion élémentaire du chemin optique $dL = n\,ds$ et soit $\mathbf{u}$ le vecteur tangeant à dL définit par $\mathbf{u} = \frac{d\mathbf{r}}{ds}$. L'équation des rayons dans un milieu homogène se déduit facilement de ce qui a précédé :

$$\nabla(n) = \frac{d}{ds}(n\mathbf{u})$$

Trajectoire de la lumière dans un milieu homogène

Dans un milieu homogène, l'équation des rayons conduit à $n\mathbf{u} = cte$ Ceci implique que la trajectoire de la lumière dans un milieu homogène est rectiligne.

Équation des rayons

Soit $\mathcal{C}$ une trajectoire suivie par un rayon lumineux dans milieu optique quelconque et soit s l'abscisse curviligne décrivant cette trajectoire. Soit une portion élémentaire du chemin optique $dL = n\,ds$ et soit $\mathbf{u}$ le vecteur tangeant à dL définit par $\mathbf{u} = \frac{d\mathbf{r}}{ds}$. L'équation des rayons dans un milieu homogène se déduit facilement de ce qui a précédé :

$$\nabla(n) = \frac{d}{ds}(n\mathbf{u})$$

Trajectoire de la lumière dans un milieu homogène

Dans un milieu homogène, l'équation des rayons conduit à $n\mathbf{u} = cte$ Ceci implique que la trajectoire de la lumière dans un milieu homogène est rectiligne.

Lignes directrices

3 Approximation de l'optique géométrique
- Chemin optique et principe de Fermat
- Lois de comportement à l'interface entre deux milieux.
- Applications des lois de Snell-Descartes :

4 Systèmes Optiques
- Stigmatisme et aplanétisme
- Conditions de Gauss
- Dioptres sphériques
- Dioptre plan dans l'approximation de Gauss
- Miroir dans l'approximation de Gauss
  - Miroir plan
- Association de dioptres sphériques : Lentilles minces et épaisses

Nous avons déjà évoqué le changement de célérité des faisceaux lumineux lorsqu'on change de milieu de propagation sans rien dire de la direction de propagation. Dans cette partie, nous allons voir comment la lumière se comporte à l'interface séparant deux milieux d'indices optiques différents.

Soit Σ une surface de forme quelconque qui sépare deux milieux homogènes d'indices optiques n_1 et n_2 et soit $L_{A_1A_2}$ le chemin optique emprunté par la lumière pour aller de A_1 localisé dans le milieu (1) à A_2 localisé dans le milieu (2). Soit M le point d'intersection du faisceau lumineux avec l'interface de séparation Σ. Le chemin optique s'écrit alors :

$$L_{A_1A_2} = n_1\overrightarrow{A_1M}.\overrightarrow{u_1} + n_2\overrightarrow{MA_2}.\overrightarrow{u_2}$$

Soit M' un point de l'interface très proche de M tel que la lumière pour aller de A_1vers A_2 va passer par M'. Le nouveau chemin optique s'exprime par

$$L'_{A_1A_2} = n_1\overrightarrow{A_1M'}.\overrightarrow{u_1} + n_2\overrightarrow{M'A_2}.\overrightarrow{u_2}$$

Nous avons déjà évoqué le changement de célérité des faisceaux lumineux lorsqu'on change de milieu de propagation sans rien dire de la direction de propagation. Dans cette partie, nous allons voir comment la lumière se comporte à l'interface séparant deux milieux d'indices optiques différents. Soit Σ une surface de forme quelconque qui sépare deux milieux homogènes d'indices optiques n_1 et n_2 et soit $L_{A_1A_2}$ le chemin optique emprunté par la lumière pour aller de A_1 localisé dans le milieu (1) à A_2 localisé dans le milieu (2). Soit M le point d'intersection du faisceau lumineux avec l'interface de séparation Σ. Le chemin optique s'écrit alors :

$$L_{A_1A_2} = n_1\overrightarrow{A_1M}.\overrightarrow{u_1} + n_2\overrightarrow{MA_2}.\overrightarrow{u_2}$$

Soit M' un point de l'interface très proche de M tel que la lumière pour aller de A_1 vers A_2 va passer par M'. Le nouveau chemin optique s'exprime par

$$L'_{A_1A_2} = n_1\overrightarrow{A_1M'}.\overrightarrow{u_1} + n_2\overrightarrow{M'A_2}.\overrightarrow{u_2}$$

Nous avons déjà évoqué le changement de célérité des faisceaux lumineux lorsqu'on change de milieu de propagation sans rien dire de la direction de propagation. Dans cette partie, nous allons voir comment la lumière se comporte à l'interface séparant deux milieux d'indices optiques différents. Soit Σ une surface de forme quelconque qui sépare deux milieux homogènes d'indices optiques n_1 et n_2 et soit $L_{A_1A_2}$ le chemin optique emprunté par la lumière pour aller de A_1 localisé dans le milieu (1) à A_2 localisé dans le milieu (2). Soit M le point d'intersection du faisceau lumineux avec l'interface de séparation Σ. Le chemin optique s'écrit alors :

$$L_{A_1A_2} = n_1\overrightarrow{A_1M}.\overrightarrow{u_1} + n_2\overrightarrow{MA_2}.\overrightarrow{u_2}$$

Soit M' un point de l'interface très proche de M tel que la lumière pour aller de A_1 vers A_2 va passer par M'. Le nouveau chemin optique s'exprime par

$$L'_{A_1A_2} = n_1\overrightarrow{A_1M'}.\overrightarrow{u_1} + n_2\overrightarrow{M'A_2}.\overrightarrow{u_2}$$

Conséquences de la stationnarité du chemin optique

Le principe de Fermat implique la stationnarité du chemin optique suivi par le rayon qui part de A_1 et aboutit en A_2 :

$$dL = L'_{A_1A_2} - L_{A_1A_2} = 0$$

En développant on va trouver :

$$\left(n_1\,\overrightarrow{u_1} - n_2\,\overrightarrow{u_2}\right).\overrightarrow{MM'} = 0$$

En en déduit que le vecteur $n_1\,\overrightarrow{u_1} - n_2\,\overrightarrow{u_2}$ est colinéaire avec la normale $\overrightarrow{N}$ à l'interface (Σ) séparant les deux milieux (1)et (2).

Lois de Snell-Descartes pour la réfraction

$1^{ére}$ loi de Snell-Descartes

Le rayon incident et transmis appartient au même plan d'incidence défini par $\left(\overrightarrow{N}, \overrightarrow{u}\right)$.

$2^{éme}$ loi de Snell-Descartes

La colinéairité de $n_1 \overrightarrow{u_1} - n_2 \overrightarrow{u_2}$ avec $\overrightarrow{N}$ se traduit par :

$$\left(n_1 \overrightarrow{u_1} - n_2 \overrightarrow{u_2}\right) \wedge \overrightarrow{N} = 0$$

En dévellopant, on retrouve la fameuse loi des sinus :

$$\mathbf{n_1} \sin(\mathbf{i}) = \mathbf{n_2} \sin(\mathbf{r})$$

avec $i = \left(\widehat{\overrightarrow{N}, \overrightarrow{u_1}}\right)$ et $r = \left(\widehat{\overrightarrow{N}, \overrightarrow{u_2}}\right)$.

Lois de Snell-Descartes pour la réfraction

$1^{ére}$ loi de Snell-Descartes

Le rayon incident et transmis appartient au même plan d'incidence défini par $\left(\overrightarrow{N}, \overrightarrow{u}\right)$.

$2^{éme}$ loi de Snell-Descartes

La colinéairité de $n_1 \overrightarrow{u_1} - n_2 \overrightarrow{u_2}$ avec $\overrightarrow{N}$ se traduit par :

$$\left(n_1 \overrightarrow{u_1} - n_2 \overrightarrow{u_2}\right) \wedge \overrightarrow{N} = 0$$

En dévellopant, on retrouve la fameuse loi des sinus :

$$\mathbf{n_1} \sin(\mathbf{i}) = \mathbf{n_2} \sin(\mathbf{r})$$

avec $i = \left(\widehat{\overrightarrow{N}, \overrightarrow{u_1}}\right)$ et $r = \left(\widehat{\overrightarrow{N}, \overrightarrow{u_2}}\right)$.

Lois de Snell-Descartes pour la réfraction

$1^{ére}$ loi de Snell-Descartes

Le rayon incident et transmis appartient au même plan d'incidence défini par $\left(\overrightarrow{N}, \overrightarrow{u}\right)$.

$2^{éme}$ loi de Snell-Descartes

La colinéairité de $n_1 \overrightarrow{u_1} - n_2 \overrightarrow{u_2}$ avec $\overrightarrow{N}$ se traduit par :

$$\left(n_1 \overrightarrow{u_1} - n_2 \overrightarrow{u_2}\right) \wedge \overrightarrow{N} = 0$$

En dévellopant, on retrouve la fameuse loi des sinus :

$$\mathbf{n_1} \sin(\mathbf{i}) = \mathbf{n_2} \sin(\mathbf{r})$$

avec $i = \left(\widehat{\overrightarrow{N}, \overrightarrow{u_1}}\right)$ et $r = \left(\widehat{\overrightarrow{N}, \overrightarrow{u_2}}\right)$.

Lois de Snell-Descartes pour la reflexion

$1^{ére}$ loi de Snell-Descartes

Le rayon incident et réfléchi appartiennent tous les deux au plan d'incidence $\left(\overrightarrow{N}, \overrightarrow{u}\right)$.

$2^{éme}$ loi de Snell-Descartes

Le rayon réflichi fait un angle i' égale en valeur absolue à l'angle d'incidence i :

$$i' = \left(\widehat{\overrightarrow{N}, \overrightarrow{u'}}\right) = -i = -\left(\widehat{\overrightarrow{N}, \overrightarrow{u}}\right)$$

Astuce pratique

Pour retrouver la deuxième loi de la réflexion il suffit de prendre $n_2 = -n_1$ dans la deuxième loi de la réfraction.

Lois de Snell-Descartes pour la reflexion

$1^{ére}$ loi de Snell-Descartes

Le rayon incident et réfléchi appartiennent tous les deux au plan d'incidence $\left(\overrightarrow{N}, \overrightarrow{u}\right)$.

$2^{éme}$ loi de Snell-Descartes

Le rayon réflichi fait un angle i' égale en valeur absolue à l'angle d'incidence i :

$$i' = \left(\widehat{\overrightarrow{N}, \overrightarrow{u'}}\right) = -i = -\left(\widehat{\overrightarrow{N}, \overrightarrow{u}}\right)$$

Astuce pratique

Pour retrouver la deuxième loi de la réflexion il suffit de prendre $n_2 = -n_1$ dans la deuxième loi de la réfraction.

Lois de Snell-Descartes pour la reflexion

$1^{ére}$ loi de Snell-Descartes

Le rayon incident et réfléchi appartiennent tous les deux au plan d'incidence $\left(\overrightarrow{N}, \overrightarrow{u}\right)$.

$2^{éme}$ loi de Snell-Descartes

Le rayon réflichi fait un angle i' égale en valeur absolue à l'angle d'incidence i :

$$i' = \left(\widehat{\overrightarrow{N}, \overrightarrow{u'}}\right) = -i = -\left(\widehat{\overrightarrow{N}, \overrightarrow{u}}\right)$$

Astuce pratique

Pour retrouver la deuxième loi de la réflexion il suffit de prendre $n_2 = -n_1$ dans la deuxième loi de la réfraction.

Conséquences des lois de Snell-Descartes

Condition d'existence du rayon réfléchi

En général, le rayon réfléchi existe toujours quelque soit le type de l'interface qui sépare deux milieux d'indice optique $n_1$et n_2.

Condition d'existence du rayon réfracté

Par contre pour le rayon réfracté, on distingue deux cas :

- Le rayon réfracté existe toujours lorsque la lumière passe d'un milieu moins réfringent vers un milieu plus réfringent ($n_1 < n_2$).
- Lorsque la lumière passe d'un milieu plus réfringent vers un milieu moins réfringent, le rayon réfracté existera tant que l'angle d'incidence est inférieur à un angle limite i_l défini par :

$$i_l = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

Conséquences des lois de Snell-Descartes

Condition d'existence du rayon réfléchi

En général, le rayon réfléchi existe toujours quelque soit le type de l'interface qui sépare deux milieux d'indice optique $n_1$et n_2.

Condition d'existence du rayon réfracté

Par contre pour le rayon réfracté, on distingue deux cas :

- Le rayon réfracté existe toujours lorsque la lumière passe d'un milieu moins réfringent vers un milieu plus réfringent ($n_1 < n_2$).
- Lorsque la lumière passe d'un milieu plus réfringent vers un milieu moins réfringent, le rayon réfracté existera tant que l'angle d'incidence est inférieur à un angle limite i_l défini par :

$$i_l = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

Réflexion totale

Lorsque le rayon lumineux incident sur une interface séparant deux milieux transparants d'indices optiques $n_1$et n_2 tel que $n_1 > n_2$ fait un angle $i > i_l = \arcsin\left(n_2/n_1\right)$. Toute l'énergie lumineuse sera totalement réfléchi. C'est le phénomène de la réflexion totale.
Ce type de phénomène est largement exploité pour guider la lumière das les guides d'ondes cylindriques ou rectangulaires.

Fibre optique

La fibre optique est un guide cylindrique formé d'un cœur de silice d'indice optique n_c entouré d'une gaine de silice dopée d'impuretés d'indice optique n_g tel que $n_c > n_g$. Pour guider la lumière à l'intérieur de la fibre le rayon incident de l'extérieur doit avoir un angle d'incidence inclut dans l'angle d'acceptante de la fibre défini par :

$$ON = \sin\theta_0 = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$$

Réflexion totale

Lorsque le rayon lumineux incident sur une interface séparant deux milieux transparants d'indices optiques $n_1$et n_2 tel que $n_1 > n_2$ fait un angle $i > i_l = \arcsin\left(n_2/n_1\right)$. Toute l'énergie lumineuse sera totalement réfléchi. C'est le phénomène de la réflexion totale.
Ce type de phénomène est largement exploité pour guider la lumière das les guides d'ondes cylindriques ou rectangulaires.

Fibre optique

La fibre optique est un guide cylindrique formé d'un cœur de silice d'indice optique n_c entouré d'une gaine de silice dopée d'impuretés d'indice optique n_g tel que $n_c > n_g$. Pour guider la lumière à l'intérieur de la fibre le rayon incident de l'extérieur doit avoir un angle d'incidence inclut dans l'angle d'acceptante de la fibre défini par :

$$ON = \sin\theta_0 = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$$

Construction géométrique des rayons réfractés et réfléchis

Dans cette partie, nous allons présenter la construction géométrique de Snell-Descartes du trajet de la lumière lorsqu'elle passe d'un milieu d'indice optique n_1 vers un milieu d'indice de réfraction n_2.

D'abord, on trace deux demi-cercles C_1 et C_2 centrés sur le point d'incidence I ; Les rayons R_1 et R_2 des demi-cercles sont proportionnelles respectivement aux indices optiques n_1 et n_2. Le prolongement du rayon incident dans le milieu (2) rencontre C_1 au point D, on trace ensuite la normale à l'interface qui passe par D, son intersection avec C_2 donne le point A_2 par lequel va passer le rayon réfracté.

Construction géométrique des rayons réfractés et réfléchis

Dans cette partie, nous allons présenter la construction géométrique de Snell-Descartes du trajet de la lumière lorsqu'elle passe d'un milieu d'indice optique n_1 vers un milieu d'indice de réfraction n_2.
D'abord, on trace deux demi-cercles C_1 et C_2 centrés sur le point d'incidence I ; Les rayons R_1 et R_2 des demi-cercles sont proportionnelles respectivement aux indices optiques n_1 et n_2. Le prolongement du rayon incident dans le milieu (2) rencontre C_1 au point D, on trace ensuite la normale à l'interface qui passe par D, son intersection avec C_2 donne le point A_2 par lequel va passer le rayon réfracté.

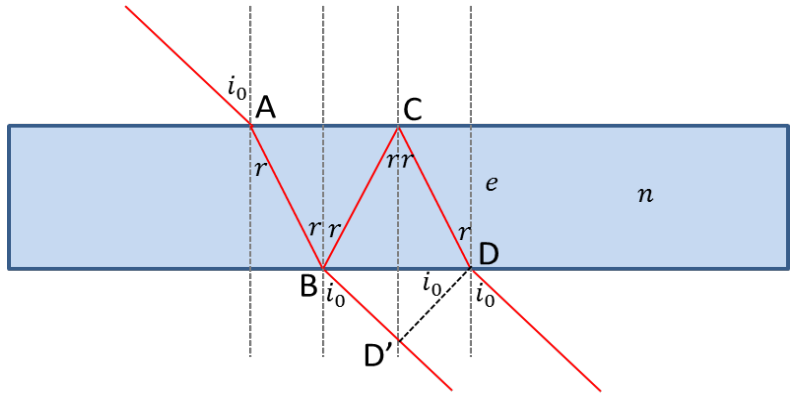
Lignes directrices

3 Approximation de l'optique géométrique
- Chemin optique et principe de Fermat
- Lois de comportement à l'interface entre deux milieux.
- Applications des lois de Snell-Descartes :

4 Systèmes Optiques
- Stigmatisme et aplanétisme
- Conditions de Gauss
- Dioptres sphériques
- Dioptre plan dans l'approximation de Gauss
- Miroir dans l'approximation de Gauss
  - Miroir plan
- Association de dioptres sphériques : Lentilles minces et épaisses

Lames à faces parallèles

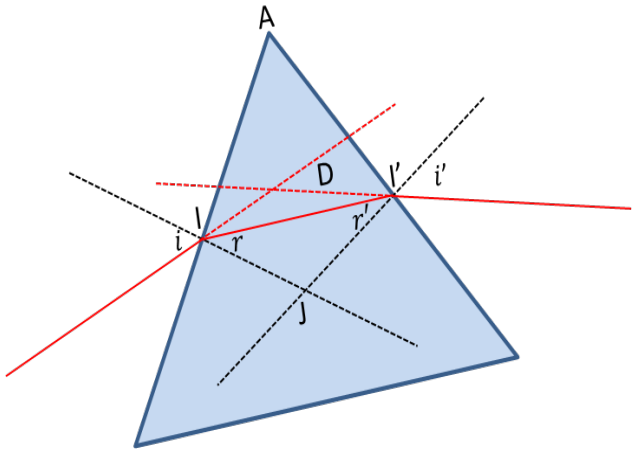
La lame à faces parallèles est un dispositif optique très utilisée pour réaliser des interférences optiques localisés à l'infini.
Elle a une forme géométrique rectangulaire et constituée d'une couche de verre très mince d'épaisseur e et d'indice optique n baigné dans une milieu d'indice optique n'. En optique géométrique, on s'intéresse principalement à la différence de marche optique δ entre deux rayons lumineux qui traversent cette lame, l'un sort directement et l'autre subit deux réflexions avant de sortir.



$$\delta = 2\, n\, e\, \cos(r)$$

Prisme

Le prisme est un dispositif optique de verre d'indice optique n. Il est très utilisé dans les instruments optiques pour réaliser des fonctions optiques diverses telles que la séparation des couleurs, le changement de direction de propagation.

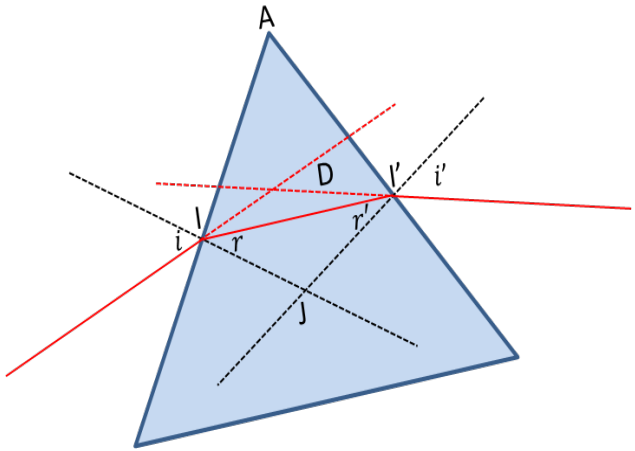


Les quatres formules du prismes sont :

$$\sin(i) = n\sin(r) \quad \sin(i') = n\sin(r') \quad A = r + r' \quad D = i + i' - A$$

Prisme

Le prisme est un dispositif optique de verre d'indice optique n. Il est très utilisé dans les instruments optiques pour réaliser des fonctions optiques diverses telles que la séparation des couleurs, le changement de direction de propagation.



Les quatres formules du prismes sont :

$$\sin(i) = n\sin(r) \quad \sin(i') = n\sin(r') \quad A = r + r' \quad D = i + i' - A$$

Conditions d'existence du rayon émergent

Il existe deux conditions pour qu'un rayon lumineux émerge du prisme :

- Condition géométrique :

$$A < 2r_l$$

$$r_l = arcsin(1/n)$$

- Condition optique :

$$sin(i_{min}) = n\ sin(A - r_l)$$

Conditions d'existence du rayon émergent

Il existe deux conditions pour qu'un rayon lumineux émerge du prisme :

- Condition géométrique :

$$A < 2r_l$$

$$r_l = arcsin(1/n)$$

- Condition optique :

$$sin(i_{min}) = n\ sin(A - r_l)$$

Conditions d'existence du rayon émergent

Il existe deux conditions pour qu'un rayon lumineux émerge du prisme :

- Condition géométrique :

$$A < 2r_l$$

$$r_l = arcsin(1/n)$$

- Condition optique :

$$sin(i_{min}) = n\ sin(A - r_l)$$

Conditions d'existence du rayon émergent

Il existe deux conditions pour qu'un rayon lumineux émerge du prisme :

- Condition géométrique :

$$A < 2r_l$$

$$r_l = arcsin(1/n)$$

- Condition optique :

$$sin(i_{min}) = n\ sin(A - r_l)$$

Etude de la déviation D

D en fonction de l'angle d'incidence i :

$$\frac{dD}{di} = 1 + \frac{di'}{di} \Longrightarrow \frac{dD}{di} = 1 - \frac{cos(i)cos(r')}{cos(i')cos(r)}$$

L'intervalle de variation de i est compris entre i_{min} et $\pi/2$ et la déviation prend la même valeur sur les extrémités de cet intervalle :

$$D(i_{min}) = D(\frac{\pi}{2}) \Rightarrow \frac{dD}{di} = 0 \Longrightarrow r_{D_{ext}} = r'_{D_{ext}} = \frac{A}{2}$$

d'autre part la déviation est une fonction monotone sur l'intervalle de variation de i ce qui permet de conclure qu'elle passe par un extremum :

$$D_{min} = 2\arcsin(n\sin(\frac{A}{2})) - A$$

Il est facile de montrer qu'il s'agit d'un minimum de déviation

Etude de la déviation D

D en fonction de l'angle d'incidence i :

$$\frac{dD}{di} = 1 + \frac{di'}{di} \Longrightarrow \frac{dD}{di} = 1 - \frac{cos(i)cos(r')}{cos(i')cos(r)}$$

L'intervalle de variation de i est compris entre i_{min} et $\pi/2$ et la déviation prend la même valeur sur les extrémités de cet intervalle :

$$D(i_{min}) = D(\frac{\pi}{2}) \Rightarrow \frac{dD}{di} = 0 \Longrightarrow r_{D_{ext}} = r'_{D_{ext}} = \frac{A}{2}$$

d'autre part la déviation est une fonction monotone sur l'intervalle de variation de i ce qui permet de conclure qu'elle passe par un extremum :

$$D_{min} = 2\arcsin(n\sin(\frac{A}{2})) - A$$

Il est facile de montrer qu'il s'agit d'un minimum de déviation

En optique géométrique, la lumière est sensée se propager, sous la forme de faisceaux composés d'une infinité de rayons lumineux, et ceci de la source au récepteur tout en traversant un ou plusieurs systèmes optiques.

Les rayons lumineux vont alors subir des réflexions et des réfractions avant qu'ils atteignent le récepteur où ils vont contribuer à la formation d'images de bon qualités d'un point de vue chromatique et géométrique.

On défini *un système optique* comme étant un ensemble de milieux optiques d'indices de réfraction différents disposés les uns à la suite des autres et séparés par des interfaces transparentes ou réfléchissantes de formes géométriques différentes.

En général, les systèmes optiques possèdent *une symétrie de révolution*, c'est pourquoi ils sont dit *des systèmes centrés* et leur axe de révolution est appelé *axe optique*.

En optique géométrique, la lumière est sensée se propager, sous la forme de faisceaux composés d'une infinité de rayons lumineux, et ceci de la source au récepteur tout en traversant un ou plusieurs systèmes optiques.
Les rayons lumineux vont alors subir des réflexions et des réfractions avant qu'ils atteignent le récepteur où ils vont contribuer à la formation d'images de bon qualités d'un point de vue chromatique et géométrique.
On défini *un système optique* comme étant un ensemble de milieux optiques d'indices de réfraction différents disposés les uns à la suite des autres et séparés par des interfaces transparentes ou réfléchissantes de formes géométriques différentes.
En général, les systèmes optiques possèdent *une symétrie de révolution*, c'est pourquoi ils sont dit *des systèmes centrés* et leur axe de révolution est appelé *axe optique*.

En optique géométrique, la lumière est sensée se propager, sous la forme de faisceaux composés d'une infinité de rayons lumineux, et ceci de la source au récepteur tout en traversant un ou plusieurs systèmes optiques.
Les rayons lumineux vont alors subir des réflexions et des réfractions avant qu'ils atteignent le récepteur où ils vont contribuer à la formation d'images de bon qualités d'un point de vue chromatique et géométrique.
On défini *un système optique* comme étant un ensemble de milieux optiques d'indices de réfraction différents disposés les uns à la suite des autres et séparés par des interfaces transparentes ou réfléchissantes de formes géométriques différentes.
En général, les systèmes optiques possèdent *une symétrie de révolution*, c'est pourquoi ils sont dit *des systèmes centrés* et leur axe de révolution est appelé *axe optique*.

En optique géométrique, la lumière est sensée se propager, sous la forme de faisceaux composés d'une infinité de rayons lumineux, et ceci de la source au récepteur tout en traversant un ou plusieurs systèmes optiques.
Les rayons lumineux vont alors subir des réflexions et des réfractions avant qu'ils atteignent le récepteur où ils vont contribuer à la formation d'images de bon qualités d'un point de vue chromatique et géométrique.
On défini *un système optique* comme étant un ensemble de milieux optiques d'indices de réfraction différents disposés les uns à la suite des autres et séparés par des interfaces transparentes ou réfléchissantes de formes géométriques différentes.
En général, les systèmes optiques possèdent *une symétrie de révolution*, c'est pourquoi ils sont dit *des systèmes centrés* et leur axe de révolution est appelé *axe optique*.

Objet et image

Le rôle d'un système optique est de produire des images des objets qui se situent à son entré. Ces images peuvent être perçu par l'œil ou encore formé sur un écran ou tout autre récepteur.

Objet

Un objet est une source de lumière *principale* ou *auxiliaire*. Il peut être *ponctuel* comme il peut être géométriquement *étendu*. Dans ce cas il peut être perçu comme une juxtaposition de plusieurs sources de lumière ponctuelles.

Image

Si tous les rayon lumineux issus d'un objet ponctuelle A, après avoir traversé un système optique $\mathcal{S}$, se rencontrent tous au point A'. Alors le point A' est l'image de A par le système optique S. On dit aussi que le couple $\{A, A'\}$ est conjugué par le système $\mathcal{S}$.

Objet et image

Le rôle d'un système optique est de produire des images des objets qui se situent à son entré. Ces images peuvent être perçu par l'œil ou encore formé sur un écran ou tout autre récepteur.

Objet

Un objet est une source de lumière *principale* ou *auxiliaire*. Il peut être *ponctuel* comme il peut être géométriquement *étendu*. Dans ce cas il peut être perçu comme une juxtaposition de plusieurs sources de lumière ponctuelles.

Image

Si tous les rayon lumineux issus d'un objet ponctuelle A, après avoir traversé un système optique $\mathcal{S}$, se rencontrent tous au point A'. Alors le point A' est l'image de A par le système optique S. On dit aussi que le couple $\{A, A'\}$ est conjugué par le système $\mathcal{S}$.

Objet et image

Le rôle d'un système optique est de produire des images des objets qui se situent à son entré. Ces images peuvent être perçu par l'œil ou encore formé sur un écran ou tout autre récepteur.

Objet

Un objet est une source de lumière *principale* ou *auxiliaire*. Il peut être *ponctuel* comme il peut être géométriquement *étendu*. Dans ce cas il peut être perçu comme une juxtaposition de plusieurs sources de lumière ponctuelles.

Image

Si tous les rayon lumineux issus d'un objet ponctuelle A, après avoir traversé un système optique $\mathcal{S}$, se rencontrent tous au point A'. Alors le point A' est l'image de A par le système optique S. On dit aussi que le couple $\{A, A'\}$ est conjugué par le système $\mathcal{S}$.

Objet et image

Remarque

Le principe de retour inverse de la lumière permet d'interchanger les rôles d'objet et d'image. mais en général on oriente un système optique dans le sens de propagation de la lumière.

Infos utiles

Lorsque l'image se forme après la sortie du système, elle est dite réelle. Par contre lorsqu'elle se forme avant la sortie du système, elle est dite virtuelle.
L'espace qui se trouve après la sortie du système optique est appelé espace image réel. et celui qui s'étend de $-\infty$jusqu'à l'interface de sortie s'appelle espace image virtuelle. Par analogie, on défini l'espace objet réel l'espace qui s'étend de $-\infty$ jusqu'à l'interface d'entrée du système. Ce qui reste est l'espace objet virtuel.

Objet et image

Remarque

Le principe de retour inverse de la lumière permet d'interchanger les rôles d'objet et d'image. mais en général on oriente un système optique dans le sens de propagation de la lumière.

Infos utiles

Lorsque l'image se forme après la sortie du système, elle est dite réelle. Par contre lorsqu'elle se forme avant la sortie du système, elle est dite virtuelle.
L'espace qui se trouve après la sortie du système optique est appelé espace image réel. et celui qui s'étend de $-\infty$jusqu'à l'interface de sortie s'appelle espace image virtuelle. Par analogie, on défini l'espace objet réel l'espace qui s'étend de $-\infty$ jusqu'à l'interface d'entrée du système. Ce qui reste est l'espace objet virtuel.

Lignes directrices

3 Approximation de l'optique géométrique
- Chemin optique et principe de Fermat
- Lois de comportement à l'interface entre deux milieux.
- Applications des lois de Snell-Descartes :

4 Systèmes Optiques
- Stigmatisme et aplanétisme
- Conditions de Gauss
- Dioptres sphériques
- Dioptre plan dans l'approximation de Gauss
- Miroir dans l'approximation de Gauss
  - Miroir plan
- Association de dioptres sphériques : Lentilles minces et épaisses

Stigmatisme

Un système optique $\mathcal{S}$ est dit rigoureusement stigmatique pour un couple de points (A, A'). Si pour tout rayon émis par le point objet A et après avoir traversé le système $\mathcal{S}$ passe par A' une fois sorti de ce dernier. Dans ce cas, on dit que les points (A, A') sont conjugués par le système optique $\mathcal{S}$.

Condition de stigmatisme rigoureux

Soit un système optique $\mathcal{S}$ et un couple de point (A, A'). La condition pour que $\mathcal{S}$ soit rigoureusement stigmatique pour ce couple de points est donné par la relation suivante :

$$L_{AA'} = [AA'] = n\,AI + [II'] + n'\,I'A' = cte \quad \forall\,(I, I')$$

Le stigmatisme rigoureux est presque impossible à obtenir sauf pour certains cas très spéciaux.

Stigmatisme

Un système optique $\mathcal{S}$ est dit rigoureusement stigmatique pour un couple de points (A, A'). Si pour tout rayon émis par le point objet A et après avoir traversé le système $\mathcal{S}$ passe par A' une fois sorti de ce dernier. Dans ce cas, on dit que les points (A, A') sont conjugués par le système optique $\mathcal{S}$.

Condition de stigmatisme rigoureux

Soit un système optique $\mathcal{S}$ et un couple de point (A, A'). La condition pour que $\mathcal{S}$ soit rigoureusement stigmatique pour ce couple de points est donné par la relation suivante :

$$L_{AA'} = [AA'] = n\,AI + [II'] + n'\,I'A' = cte \quad \forall\ (I, I')$$

Le stigmatisme rigoureux est presque impossible à obtenir sauf pour certains cas très spéciaux.

Aplanétisme

L'aplanétisme est la propriété de conservation du stigmatisme rigoureux pour les points objets appartenant au plan de front. Un système optique est dit aplanétique pour un couple (B, B') s'il satisfait les deux conditions suivantes :

- Il est stigmatique pour le couple de point (A, A') avec A la projection orthogonale de B sur l'axe optique du système $\{\mathcal{S}\}$.
- Il est stigmatique pour tout point B appartenant au plan de front qui passe par A et infiniment voisin de ce dernier.

Relation des sinus d'Abbe

Soit un point objet B situé dans le plan de front de A, la condition de stigmatisme pour le couple (B, B') s'écrit $[BB'] = Cte$. En d'autre termes, la différence des chemins optiques $[AA']$ et $[BB']$ est constante. En développant on trouve la relation des sinus d'Abbe :

$$n\,\overline{AB}\,\sin u = n'\,\overline{A'B'}\,\sin u'$$

Aplanétisme

L'aplanétisme est la propriété de conservation du stigmatisme rigoureux pour les points objets appartenant au plan de front. Un système optique est dit aplanétique pour un couple (B, B') s'il satisfait les deux conditions suivantes :

- Il est stigmatique pour le couple de point (A, A') avec A la projection orthogonale de B sur l'axe optique du système $\{\mathcal{S}\}$.
- Il est stigmatique pour tout point B appartenant au plan de front qui passe par A et infiniment voisin de ce dernier.

Relation des sinus d'Abbe

Soit un point objet B situé dans le plan de front de A, la condition de stigmatisme pour le couple (B, B') s'écrit $[BB'] = Cte$. En d'autre termes, la différence des chemins optiques $[AA']$ et $[BB']$ est constante. En développant on trouve la relation des sinus d'Abbe :

$$n\,\overline{AB}\,\sin u = n'\,\overline{A'B'}\,\sin u'$$

Relation d'Herschell

Quand le point A se déplace sur l'axe optique du système $\{\mathcal{S}\}$ au point A_1, son image se déplace aussi de A' vers A'_1. Pour que le stigmatisme du système soit conservé il faut que :

$$[AA'] - [A_1A'_1] = cte$$

Le développement de cette expression mène à la relation d'Herschell :

$$n\,\overline{AA_1}\,\sin^2\left(\frac{u}{2}\right) = n'\,\overline{A'A'_1}\,\sin^2\left(\frac{u'}{2}\right)$$

Lignes directrices

3 Approximation de l'optique géométrique
- Chemin optique et principe de Fermat
- Lois de comportement à l'interface entre deux milieux.
- Applications des lois de Snell-Descartes :

4 Systèmes Optiques
- Stigmatisme et aplanétisme
- Conditions de Gauss
- Dioptres sphériques
- Dioptre plan dans l'approximation de Gauss
- Miroir dans l'approximation de Gauss
  - Miroir plan
- Association de dioptres sphériques : Lentilles minces et épaisses

Stigmatisme approché

Dans n'importe quel système optique, le faisceau lumineux émis par un point objet est spatialement limité par un diaphragme situé à l'entrée du système optique. L'objectif est de limiter le nombre de rayons lumineux qui vont contribuer à la formation de l'image à la sortie du système. Seul les rayons peu inclinés par rapport à l'axe optique seront accepté par le système optique. En réalité, le lieu de convergence des rayons émergents du système optique n'est pas un point mais une tache plus au moins étendue.

Dans notre vie quotidienne et professionnelle, on utilise de plus en plus les appareils optiques sans remarquer l'existence de ce type de défaut. Cette apparence de perfection résulte principalement de la résolution spatiale limitée des instruments optiques (taille des pixels). Tant que les rayons issus d'un point objet convergent dans un volume inférieur à la taille du pixel, il est impossible de faire la distinction entre un point et une tache dans l'espace image.

Stigmatisme approché

Définition

Un instrument optique est approximativement stigmatique si l'image d'un point objet A est une tache dont le diamètre est inférieur à la résolution spatiale minimale du récepteur optique.

Approximation de Gauss

L'approximation de Gauss fournit les conditions nécessaires pour concevoir un système optique approximativement stigmatique pour un couple de point (A, A'). Elle est basé sur deux conditions principales :

- Les rayons lumineux issus des points objets sont paraxiaux.
- Les points objets doivent être très voisins de l'axe optique du système.

Stigmatisme approché

Définition

Un instrument optique est approximativement stigmatique si l'image d'un point objet A est une tache dont le diamètre est inférieur à la résolution spatiale minimale du récepteur optique.

Approximation de Gauss

L'approximation de Gauss fournit les conditions nécessaires pour concevoir un système optique approximativement stigmatique pour un couple de point (A, A'). Elle est basé sur deux conditions principales :

- Les rayons lumineux issus des points objets sont paraxiaux.
- Les points objets doivent être très voisins de l'axe optique du système.

Aplanétisme approché

Dans le cas de l'approximation de Gauss, les angles u et u' sont très petits, la relation d'Abbe devient :

Relation de Lagrange-Helmholtz

$$n\,\overline{AB}\,u \simeq n'\,\overline{A'B'}\,u'$$

Grandissement transversal

On définit le grandissement transversal du système optique $\mathcal{S}$ par :

$$G_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n}{n'}\frac{u}{u'}$$

Le grandissement transversal est une grandeur algébrique.

Aplanétisme approché

Dans le cas de l'approximation de Gauss, les angles u et u' sont très petits, la relation d'Abbe devient :

Relation de Lagrange-Helmholtz

$$n\,\overline{AB}\,u \simeq n'\,\overline{A'B'}\,u'$$

Grandissement transversal

On définit le grandissement transversal du système optique $\mathcal{S}$ par :

$$G_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n}{n'}\frac{u}{u'}$$

Le grandissement transversal est une grandeur algébrique.

Aplanétisme approché

Grandissement angulaire

Le grandissement angulaire, ou encore le rapport de convergence est défini par :

$$G_a = G_u = \frac{u'}{u}$$

Grandissement axiale

Soit AA_1 un déplacement axiale du point objet et soit $A'A'_1$ celui de son image paraxiale, le grandissement axiale d'un système optique centré est par définition :

$$G_l = \lim_{A \to A_1} \frac{\overline{A'A'_1}}{\overline{AA_1}} = \frac{dx'}{dx}$$

Aplanétisme approché

Grandissement angulaire

Le grandissement angulaire, ou encore le rapport de convergence est défini par :

$$G_a = G_u = \frac{u'}{u}$$

Grandissement axiale

Soit AA_1 un déplacement axiale du point objet et soit $A'A'_1$ celui de son image paraxiale, le grandissement axiale d'un système optique centré est par définition :

$$G_l = \lim_{A \to A_1} \frac{\overline{A'A'_1}}{\overline{AA_1}} = \frac{dx'}{dx}$$

Aplanétisme approché

La relation d'Herschell dans les conditions de Gauss devient :

$$n\,\overline{AA_1}\left(\frac{u}{2}\right)^2 \simeq n'\,\overline{A'A'_1}\left(\frac{u'}{2}\right)^2$$

Par définition le grandissement axiale est égale au rapport lorsque A_1est très proche de A :

$$G_l = \frac{\overline{A'A'_1}}{\overline{AA_1}}$$

Il s'en suit que :

$$G_l = \frac{n}{n'}\left(\frac{u}{u'}\right)^2 \Rightarrow G_l = \left(\frac{n}{n'}\frac{u}{u'}\right)\frac{u}{u'}$$

$$G_l = \frac{G_t}{G_u}$$

Lignes directrices

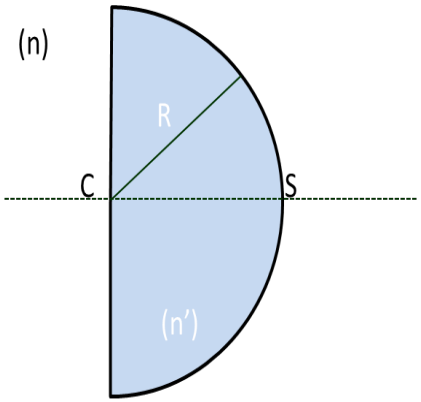
3 Approximation de l'optique géométrique
- Chemin optique et principe de Fermat
- Lois de comportement à l'interface entre deux milieux.
- Applications des lois de Snell-Descartes :

4 Systèmes Optiques
- Stigmatisme et aplanétisme
- Conditions de Gauss
- Dioptres sphériques
- Dioptre plan dans l'approximation de Gauss
- Miroir dans l'approximation de Gauss
  - Miroir plan
- Association de dioptres sphériques : Lentilles minces et épaisses

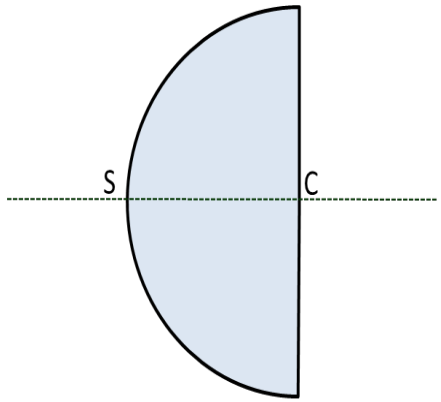
Dioptres sphériques

Définition

Un dioptre sphérique est un ensemble hétérogène de deux milieux transparents, homogènes, isotropes d'indices optiques différents séparés par une interface de forme sphérique de centre C, de sommet S et de rayon R. Ils existent deux types de dioptres sphériques :



si $\overline{SC} < 0$ *alors le dioptre est concave*

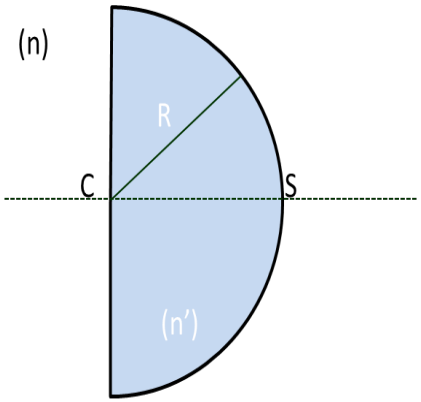


si $\overline{SC} > 0$, *le dioptre est convexe*

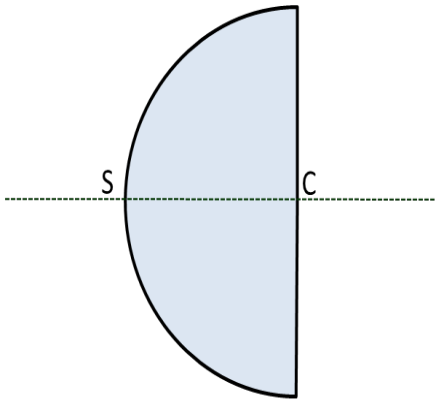
Dioptres sphériques

Définition

Un dioptre sphérique est un ensemble hétérogène de deux milieux transparents, homogènes, isotropes d'indices optiques différents séparés par une interface de forme sphérique de centre C, de sommet S et de rayon R. Ils existent deux types de dioptres sphériques :



si $\overline{SC} < 0$ alors le dioptre est concave



si $\overline{SC} > 0$, le dioptre est convexe

Invariant fondamental du dioptre sphérique

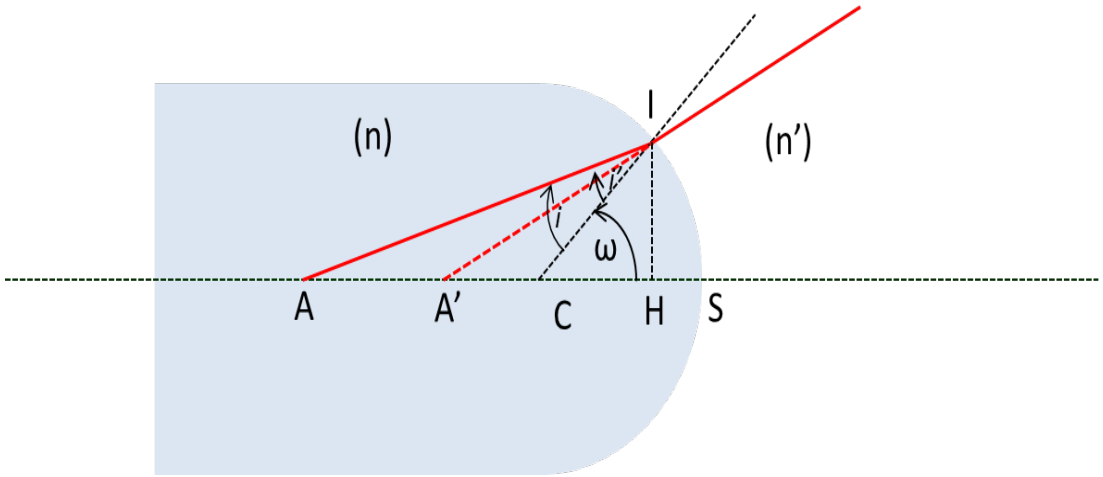


Figure – Dioptre sphérique

L'invariant fondamental du dioptre sphérique ou ce qu'on appelle aussi l'invariant de Möbius est donné par la relation suivante :

$$n\,\frac{\overline{CA}}{\overline{IA}} = n'\,\frac{\overline{CA'}}{\overline{IA'}}$$

Dioptre sphérique dans les conditions de Gauss

Le stigmatisme rigoureux pour le dioptre sphérique est réalisé pour un nombre très limité de couple de points. Par contre le stigmatisme approché peut être réalisé pour un nombre important de couple de points (objets-images) si on respectent les conditions de Gauss.

Relation de conjugaison

Dans les conditions de Gauss, les rayons incidents sont peu inclinés par rapport à l'axe optique du dioptre :

$$\cos u = \frac{\overline{HA}}{\overline{IA}} \simeq 1 \Rightarrow \overline{HA} \simeq \overline{IA}\ ;\ \cos u' = \frac{\overline{HA'}}{\overline{IA'}} \simeq 1 \Rightarrow \overline{HA'} \simeq \overline{IA'}$$

D'autre part, la partie utile du dioptre est réduite de telle sorte qu'on peut confondre H et S. L'invariant de Möbius devient :

$$n\,\frac{\overline{CA}}{\overline{SA}} = n'\,\frac{\overline{CA'}}{\overline{SA'}}$$

Dioptre sphérique dans les conditions de Gauss

Le stigmatisme rigoureux pour le dioptre sphérique est réalisé pour un nombre très limité de couple de points. Par contre le stigmatisme approché peut être réalisé pour un nombre important de couple de points (objets-images) si on respectent les conditions de Gauss.

Relation de conjugaison

Dans les conditions de Gauss, les rayons incidents sont peu inclinés par rapport à l'axe optique du dioptre :

$$\cos u = \frac{\overline{HA}}{\overline{IA}} \simeq 1 \Rightarrow \overline{HA} \simeq \overline{IA}\ ;\ \cos u' = \frac{\overline{HA'}}{\overline{IA'}} \simeq 1 \Rightarrow \overline{HA'} \simeq \overline{IA'}$$

D'autre part, la partie utile du dioptre est réduite de telle sorte qu'on peut confondre H et S. L'invariant de Möbius devient :

$$n\,\frac{\overline{CA}}{\overline{SA}} = n'\,\frac{\overline{CA'}}{\overline{SA'}}$$

Dioptre sphérique dans les conditions de Gauss

Relation de conjugaison avec origine au sommet S

Si on prend maintenant comme origine le sommet du dioptre sphérique on trouve la relation de conjugaison suivante :

$$\frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n' - n}{\overline{SC}}$$

Relation de conjugaison avec origine au centre

Si on prend maintenant comme origine le centre du dioptre sphérique, on trouve la relation de conjugaison suivante :

$$\frac{n}{\overline{CA'}} - \frac{n'}{\overline{CA}} = \frac{n - n'}{\overline{CS}}$$

Dioptre sphérique dans les conditions de Gauss

Relation de conjugaison avec origine au sommet S

Si on prend maintenant comme origine le sommet du dioptre sphérique on trouve la relation de conjugaison suivante :

$$\frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n' - n}{\overline{SC}}$$

Relation de conjugaison avec origine au centre

Si on prend maintenant comme origine le centre du dioptre sphérique, on trouve la relation de conjugaison suivante :

$$\frac{n}{\overline{CA'}} - \frac{n'}{\overline{CA}} = \frac{n - n'}{\overline{CS}}$$

Dioptre sphérique dans les conditions de Gauss

Notion de Foyer

Le foyer est un point spécial de l'axe optique du dioptre sphérique. On distingue deux types :

- **Le foyer image principal** F' :C'est un point unique de l'espace image, réel ou virtuel, situé sur l'axe optique du système. Il est le lieu de convergence des rayons émis par un point objet localisé à l'∞.

- **Le foyer objet principal** F :C'est un point unique de l'espace objet, réel ou virtuel, situé sur l'axe optique du système pour lequel son image est rejeté à l'∞.

$$\overline{SF} = \frac{-n}{n'-n}\overline{SC} \qquad \overline{SF'} = \frac{n'}{n'-n}\overline{SC}$$

Dioptre sphérique dans les conditions de Gauss

Notion de Foyer

Le foyer est un point spécial de l'axe optique du dioptre sphérique. On distingue deux types :

- **Le foyer image principal** F' :C'est un point unique de l'espace image, réel ou virtuel, situé sur l'axe optique du système. Il est le lieu de convergence des rayons émis par un point objet localisé à l'∞.
- **Le foyer objet principal** F :C'est un point unique de l'espace objet, réel ou virtuel, situé sur l'axe optique du système pour lequel son image est rejeté à l'∞.

$$\overline{SF} = \frac{-n}{n'-n}\overline{SC} \qquad \overline{SF'} = \frac{n'}{n'-n}\overline{SC}$$

Dioptre sphérique dans les conditions de Gauss

Notion de Foyer

Le foyer est un point spécial de l'axe optique du dioptre sphérique. On distingue deux types :

- **Le foyer image principal** F' :C'est un point unique de l'espace image, réel ou virtuel, situé sur l'axe optique du système. Il est le lieu de convergence des rayons émis par un point objet localisé à l'∞.

- **Le foyer objet principal** F :C'est un point unique de l'espace objet, réel ou virtuel, situé sur l'axe optique du système pour lequel son image est rejeté à l'∞.

$$\overline{SF} = \frac{-n}{n'-n}\overline{SC} \qquad \overline{SF'} = \frac{n'}{n'-n}\overline{SC}$$

Dioptre sphérique dans les conditions de Gauss

Vergence

La vergence est une grandeur algébrique qui caractérise la nature convergente ou divergente d'un système optique. Dans le cas du dioptre sphérique elle est défini comme suit :

$$V = \frac{n' - n}{\overline{SC}} \qquad (\delta)$$

Si la vergence du dioptre sphérique $V > 0$, alors le dioptre est dit convergent et dans ce cas la position du centre du dioptre est imposé par le signe de $n' - n$. Si ce dernier est positif le centre C est dans le milieu d'émergence. Par contre s'il est négatif le centre est dans le milieu d'incidence. Dans les deux cas le centre C est localisé dans le milieu le plus réfringent. Si la vergence $V < 0$, alors le dioptre est divergent et son centre C est localisé du coté du milieu le moins réfringent.

Dioptre sphérique dans les conditions de Gauss

Distance focale f'

La distance focale est une grandeur caractéristique du dioptre sphérique, elle caractérise la distance qui sépare le foyer image principal F' au sommet du dioptre S. Elle est relié à la vergence par la formule suivante :

$$f' = \overline{SF'} = \frac{n'}{V}$$

Par analogie, On défini la distance focal objet comme étant la distance qui sépare le sommet au foyer objet principal. Elle esl reliée à la vergence par la relation suivante :

$$f = \overline{SF} = \frac{-n}{V}$$

Les deux grandeurs sont reliées par les relations suivantes :

$$f + f' = \overline{SC} \qquad \frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}$$

Dioptre sphérique dans les conditions de Gauss

Distance focale f'

La distance focale est une grandeur caractéristique du dioptre sphérique, elle caractérise la distance qui sépare le foyer image principal F' au sommet du dioptre S. Elle est relié à la vergence par la formule suivante :

$$f' = \overline{SF'} = \frac{n'}{V}$$

Par analogie, On défini la distance focal objet comme étant la distance qui sépare le sommet au foyer objet principal. Elle esl reliée à la vergence par la relation suivante :

$$f = \overline{SF} = \frac{-n}{V}$$

Les deux grandeurs sont reliées par les relations suivantes :

$$f + f' = \overline{SC} \qquad \frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}$$

Dioptre sphérique dans les conditions de Gauss

Distance focale f'

La distance focale est une grandeur caractéristique du dioptre sphérique, elle caractérise la distance qui sépare le foyer image principal F' au sommet du dioptre S. Elle est relié à la vergence par la formule suivante :

$$f' = \overline{SF'} = \frac{n'}{V}$$

Par analogie, On défini la distance focal objet comme étant la distance qui sépare le sommet au foyer objet principal. Elle esl reliée à la vergence par la relation suivante :

$$f = \overline{SF} = \frac{-n}{V}$$

Les deux grandeurs sont reliées par les relations suivantes :

$$f + f' = \overline{SC} \qquad \frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}$$

Construction géométrique des images

Construction de l'image d'un point sur l'axe optique

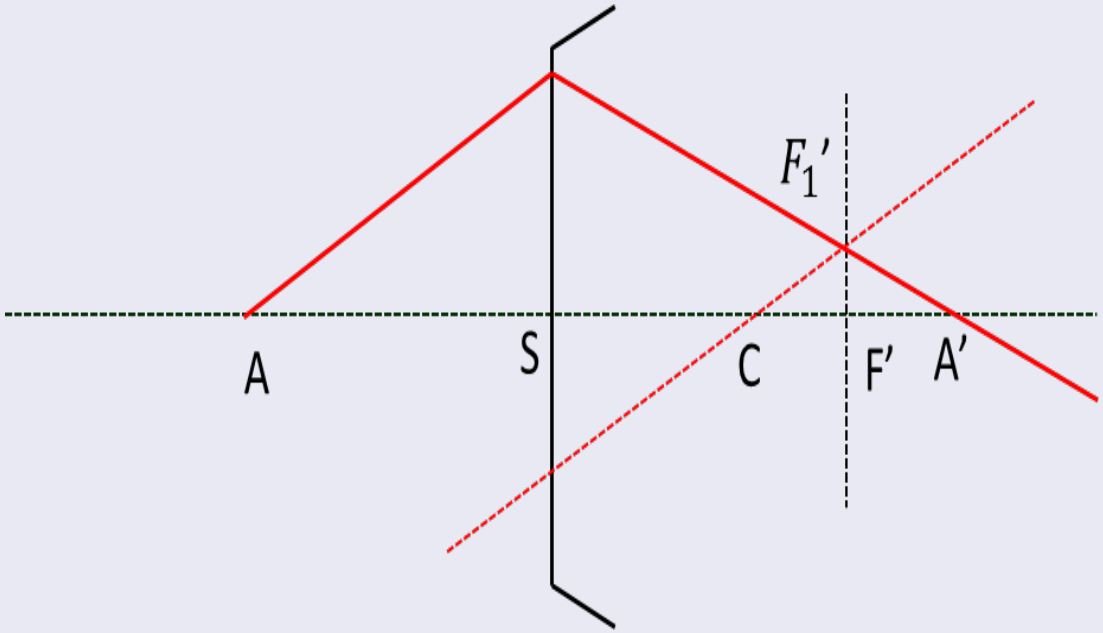


Figure – Exemple de construction géométrique (cas d'un objet ponctuel)

Construction géométrique des images

Construction de l'image d'un objet étendu

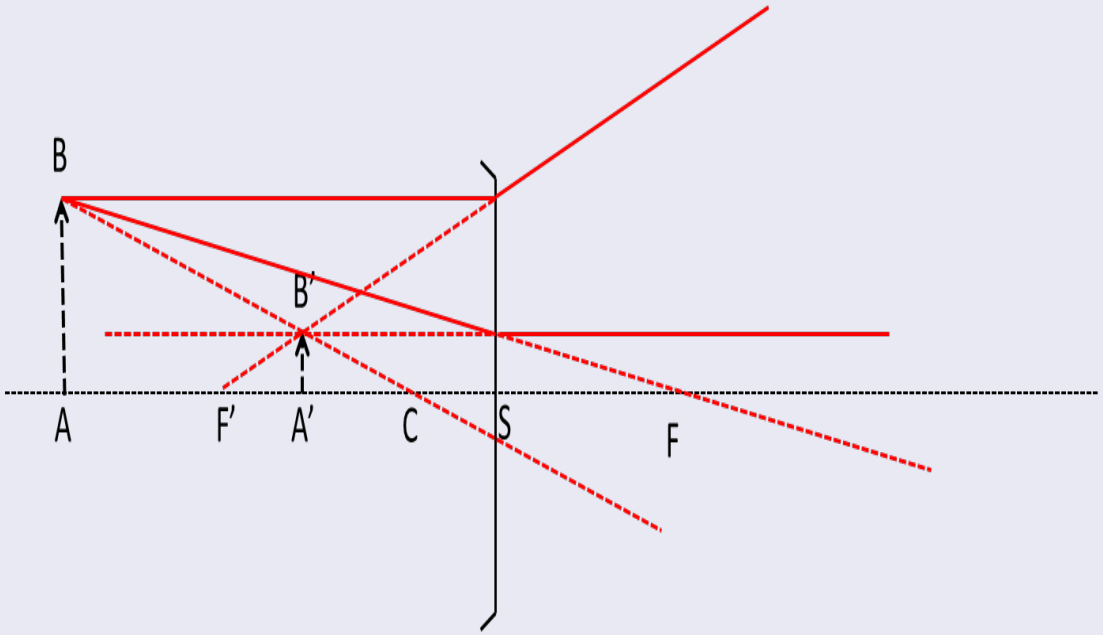


Figure – Exemple de construction géométrique (cas d'un objet étendue)

Relation de conjugaison avec origine aux foyers

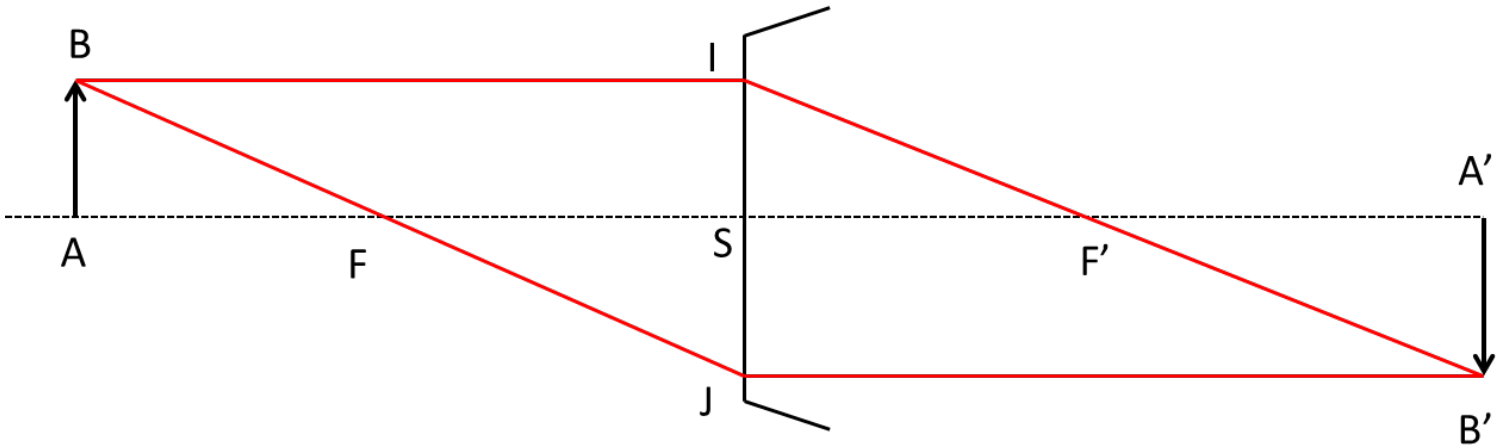


Figure – Image d'objet étendue par un dioptre sphérique

Relation de conjugaison avec origine aux foyers

Les triangles (ABF) et (FJS) sont semblables, on peut écrire alors :

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{SJ}} = \frac{\overline{FA}}{\overline{FS}} \; avec \; \overline{AB} = \overline{SI}$$

Les triangles (ISF') et $(F'B'A')$ sont semblables, on peut écrire alors :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{SI}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'S}} \; avec \; \overline{A'B'} = \overline{SJ}$$

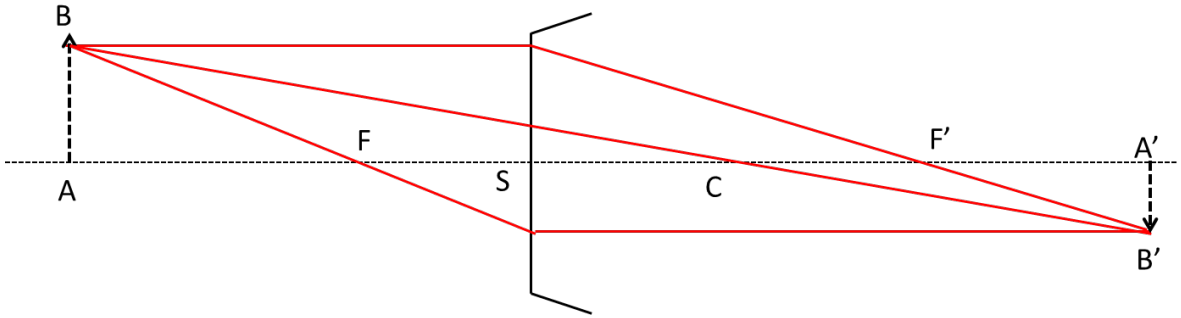
Le grandissement transversal est par définition : $G_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$. D'après la première et la deuxième relation, on obtient :

$$\frac{1}{G_t} = \frac{\overline{FA}}{\overline{FS}} \; et \; G_t = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'S}}$$

Le produit des deux expressions permet d'établir la relation de conjugaison avec origines aux foyers :

$$\overline{FA}.\overline{F'A'} = \overline{FS}.\overline{F'S}$$

Grandissements



Les triangles (CAB) et $(CA'B')$ sont semblables, on peut écrire alors :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} \Longrightarrow G_t = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$$

Selon l'invariant de Mobius on a :

$$\frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} = \frac{n}{n'}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

Le grandissement transversal s'écrit :

$$G_t = \frac{n}{n'}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

Grandissements

Grandissement angulaire du dioptre sphérique

D'après la relation de Lagrange-Helmholtz on a :

$$n\,\overline{AB}\,u = n'\,\overline{A'B'}\,u' \Longrightarrow G_u = \frac{u'}{u} = \frac{n}{n'}\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} \Longrightarrow G_u = \frac{n}{n'}\frac{1}{G_t}$$

or le grandissement transversal est $G_t = \frac{n}{n'}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$, l'expression final du grandissement angulaire est :

$$G_u = \frac{\overline{SA}}{\overline{SA'}}$$

Dans le cas d'un objet situé à l'infini, quelle est l'expression du grandissement angulaire ?

Grandissements

Grandissement axial

Le grandissement axial est définit par l'expression suivante :

$$G_l = \lim_{A \to A_1} \frac{\overline{A'A'_1}}{\overline{AA_1}}$$

Considérons des origines quelconques O et O', le grandissement axial s'écrira :

$$G_l = \lim_{A \to A_1} \frac{\overline{O'A'_1} - \overline{O'A'}}{\overline{OA_1} - \overline{OA}} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x'}{\Delta x} = \frac{dx'}{dx}$$

- Expression du grandissement axial avec origine au sommet :

$$G_l = \frac{n}{n'} \left(\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \right)^2$$

Grandissements

Grandissement axial

- Expression du grandissement axial avec origine au centre :

$$G_I = \frac{n}{n'}\left(\frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}\right)^2$$

- Expression du grandissement avec origines aux foyers ;

$$G_I = -\frac{\overline{F'A'}}{\overline{FA}}$$

Grandissements

Grandissement axial

- Expression du grandissement axial avec origine au centre :

$$G_l = \frac{n}{n'}\left(\frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}\right)^2$$

- Expression du grandissement avec origines aux foyers ;

$$G_l = -\frac{\overline{F'A'}}{\overline{FA}}$$

Lignes directrices

3 Approximation de l'optique géométrique
- Chemin optique et principe de Fermat
- Lois de comportement à l'interface entre deux milieux.
- Applications des lois de Snell-Descartes :

4 Systèmes Optiques
- Stigmatisme et aplanétisme
- Conditions de Gauss
- Dioptres sphériques
- Dioptre plan dans l'approximation de Gauss
- Miroir dans l'approximation de Gauss
  - Miroir plan
- Association de dioptres sphériques : Lentilles minces et épaisses

Dioptre plan

Définition

Le dioptre plan est un cas particulier du dioptre sphérique pour lequel on fait tendre le rayon de courbure $\overline{SC}$ à l'∞.

Attention

Le dioptre plan est un système optique afocal, ses foyers objet et image sont rejetés à l'∞.

Relation de conjugaison avec origine au sommet

On établi la relation de conjugaison du dioptre plan à partir de celle du dioptre sphérique en faisant tendre le rayon de courbure à $l'\infty$:

$$\frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n'-n}{\overline{SC_\infty}} = 0 \Longrightarrow \overline{\mathbf{SA'}} = \frac{\mathbf{n'}}{\mathbf{n}}\overline{\mathbf{SA}}$$

Dioptre plan

Définition

Le dioptre plan est un cas particulier du dioptre sphérique pour lequel on fait tendre le rayon de courbure $\overline{SC}$ à l'∞.

Attention

Le dioptre plan est un système optique afocal, ses foyers objet et image sont rejetés à l'∞.

Relation de conjugaison avec origine au sommet

On établi la relation de conjugaison du dioptre plan à partir de celle du dioptre sphérique en faisant tendre le rayon de courbure à $l'\infty$:

$$\frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n'-n}{\overline{SC_\infty}} = 0 \Longrightarrow \boxed{\overline{\mathbf{SA'}} = \frac{\mathbf{n'}}{\mathbf{n}}\overline{\mathbf{SA}}}$$

Dioptre plan

Définition

Le dioptre plan est un cas particulier du dioptre sphérique pour lequel on fait tendre le rayon de courbure $\overline{SC}$ à l'∞.

Attention

Le dioptre plan est un système optique afocal, ses foyers objet et image sont rejetés à l'∞.

Relation de conjugaison avec origine au sommet

On établi la relation de conjugaison du dioptre plan à partir de celle du dioptre sphérique en faisant tendre le rayon de courbure à $l'\infty$:

$$\frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n'-n}{\overline{SC_\infty}} = 0 \Longrightarrow \mathbf{\overline{SA'} = \frac{n'}{n}\overline{SA}}$$

Grandissements

Grandissement transversal

$$G_t = \frac{n}{n'}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \Rightarrow \mathbf{G_t = 1}$$

Grandissement angulaire

$$G_u = \frac{\overline{SA}}{\overline{SA'}} \Longrightarrow \mathbf{G_u = \frac{n}{n'}}$$

Grandissement axiale

$$G_l = \frac{n}{n'}\left(\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}\right)^2 \Longrightarrow \mathbf{G_l = \frac{n'}{n}}$$

Grandissements

Grandissement transversal

$$G_t = \frac{n}{n'}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \Rightarrow \mathbf{G_t = 1}$$

Grandissement angulaire

$$G_u = \frac{\overline{SA}}{\overline{SA'}} \Longrightarrow \mathbf{G_u = \frac{n}{n'}}$$

Grandissement axiale

$$G_l = \frac{n}{n'}\left(\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}\right)^2 \Longrightarrow \mathbf{G_l = \frac{n'}{n}}$$

Grandissements

Grandissement transversal

$$G_t = \frac{n}{n'}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \Rightarrow \mathbf{G_t = 1}$$

Grandissement angulaire

$$G_u = \frac{\overline{SA}}{\overline{SA'}} \Longrightarrow \mathbf{G_u = \frac{n}{n'}}$$

Grandissement axiale

$$G_l = \frac{n}{n'}\left(\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}\right)^2 \Longrightarrow \mathbf{G_l = \frac{n'}{n}}$$

Construction géométrique

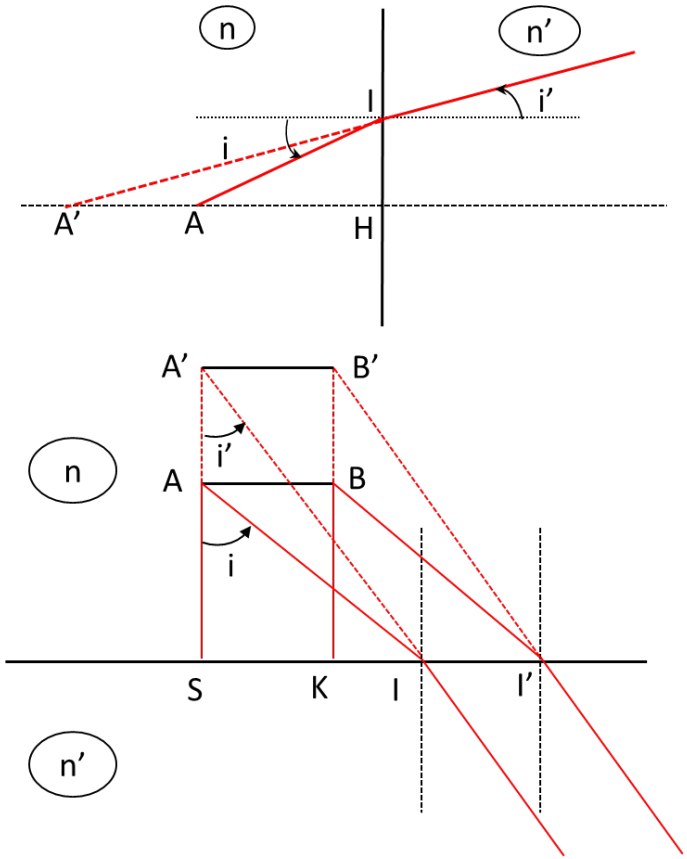


Figure – Construction géométrique d'images d'objet ponctuel et étendu

Lignes directrices

3 Approximation de l'optique géométrique
- Chemin optique et principe de Fermat
- Lois de comportement à l'interface entre deux milieux.
- Applications des lois de Snell-Descartes :

4 Systèmes Optiques
- Stigmatisme et aplanétisme
- Conditions de Gauss
- Dioptres sphériques
- Dioptre plan dans l'approximation de Gauss
- Miroir dans l'approximation de Gauss
  - Miroir plan
- Association de dioptres sphériques : Lentilles minces et épaisses

Miroir sphérique

Définition

Le Miroir sphérique est une interface de forme sphérique totalement réfléchissante. Il sera dit convexe si son centre est du coté où la lumière ne se propage pas et il est dit concave dans le cas contraire.

Pour établir les relations de conjugaison du miroir sphérique on reprend les relations de conjugaison du dioptre sphérique en considèrant l'indice optique du milieu d'émergence $n' = -n$.

origine au sommet	origine au centre	origine aux foyers
$\frac{1}{SA'} + \frac{1}{SA} = \frac{2}{SC} = V$	$\frac{1}{CA'} + \frac{1}{CA} = \frac{2}{CS}$	$\overline{FA'}.\overline{FA} = \overline{FS}^2$

Table – Relations de conjugaison du miroir sphérique

Miroir sphérique

Définition

Le Miroir sphérique est une interface de forme sphérique totalement réfléchissante. Il sera dit convexe si son centre est du coté où la lumière ne se propage pas et il est dit concave dans le cas contraire.

Pour établir les relations de conjugaison du miroir sphérique on reprend les relations de conjugaison du dioptre sphérique en considèrant l'indice optique du milieu d'émergence $n' = -n$.

origine au sommet	origine au centre	origine aux foyers
$\frac{1}{SA'} + \frac{1}{SA} = \frac{2}{SC} = V$	$\frac{1}{CA'} + \frac{1}{CA} = \frac{2}{CS}$	$\overline{FA'}.\overline{FA} = \overline{FS}^2$

Table – Relations de conjugaison du miroir sphérique

.

Vergence et distance focale

Les foyers objets et images du miroir sphérique sont obtenus en prenant un objet situé à l'infini (respectivement une image situé à l'infini) sur l'axe optique principal du miroir :

$$f' = \overline{SF'} = \frac{n'}{V} = -\frac{n}{V} = \overline{SF} = f$$

Les foyers objets et images sont confondus dans le cas du miroir sphérique.

Construction géométrique

Exemples de construction géométrique pour le miroir sphérique concave et convexe.

Vergence et distance focale

Les foyers objets et images du miroir sphérique sont obtenus en prenant un objet situé à l'infini (respectivement une image situé à l'infini) sur l'axe optique principal du miroir :

$$f' = \overline{SF'} = \frac{n'}{V} = -\frac{n}{V} = \overline{SF} = f$$

Les foyers objets et images sont confondus dans le cas du miroir sphérique.

Construction géométrique

Exemples de construction géométrique pour le miroir sphérique concave et convexe.

Grandissments

Grandissement transversal

$$G_t = \frac{n}{n'}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \Longrightarrow G_t = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

Grandissement angulaire

$$G_t\, G_a = \frac{n}{n'} = -1 \Longrightarrow G_a = -\frac{1}{G_t} \Longrightarrow G_a = \frac{\overline{SA}}{\overline{SA'}}$$

Grandissement longitudinal

$$G_l = -\left(\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}\right)^2$$

Grandissments

Grandissement transversal

$$G_t = \frac{n}{n'}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \Longrightarrow G_t = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

Grandissement angulaire

$$G_t\, G_a = \frac{n}{n'} = -1 \Longrightarrow G_a = -\frac{1}{G_t} \Longrightarrow G_a = \frac{\overline{SA}}{\overline{SA'}}$$

Grandissement longitudinal

$$G_l = -\left(\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}\right)^2$$

Grandissments

Grandissement transversal

$$G_t = \frac{n}{n'}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \Longrightarrow G_t = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

Grandissement angulaire

$$G_t\, G_a = \frac{n}{n'} = -1 \Longrightarrow G_a = -\frac{1}{G_t} \Longrightarrow G_a = \frac{\overline{SA}}{\overline{SA'}}$$

Grandissement longitudinal

$$G_l = -\left(\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}\right)^2$$

Miroir plan

Définition

Le Miroir plan est un cas particulier du miroir sphérique. Pour établir les relations de conjugaison qui lui correspondent il suffit de tendre le rayon de courbure à l'infini.

Relation de conjugaison

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = 0 \Longrightarrow \overline{SA'} = -\overline{SA}$$

Grandissements

$$G_t = 1; G_a = -1; G_l = -1$$

Miroir plan

Définition

Le Miroir plan est un cas particulier du miroir sphérique. Pour établir les relations de conjugaison qui lui correspondent il suffit de tendre le rayon de courbure à l'infini.

Relation de conjugaison

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = 0 \Longrightarrow \overline{SA'} = -\overline{SA}$$

Grandissements

$$G_t = 1; G_a = -1; G_l = -1$$

Miroir plan

Définition

Le Miroir plan est un cas particulier du miroir sphérique. Pour établir les relations de conjugaison qui lui correspondent il suffit de tendre le rayon de courbure à l'infini.

Relation de conjugaison

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = 0 \Longrightarrow \overline{SA'} = -\overline{SA}$$

Grandissements

$$G_t = 1; G_a = -1; G_l = -1$$

Lignes directrices

3 Approximation de l'optique géométrique
- Chemin optique et principe de Fermat
- Lois de comportement à l'interface entre deux milieux.
- Applications des lois de Snell-Descartes :

4 Systèmes Optiques
- Stigmatisme et aplanétisme
- Conditions de Gauss
- Dioptres sphériques
- Dioptre plan dans l'approximation de Gauss
- Miroir dans l'approximation de Gauss
  - Miroir plan
- Association de dioptres sphériques : Lentilles minces et épaisses

Lentille épaisse

En général, on défini une lentille épaisse comme étant un système optique composé de trois milieux, homogènes, isotropes et d'indices optiques différents, séparaés par des interfaces dont l'un au moins a une forme géométrique sphérique. La spécification des propriétés optiques de la lentille épaisse sera vue en détail dans le TD.

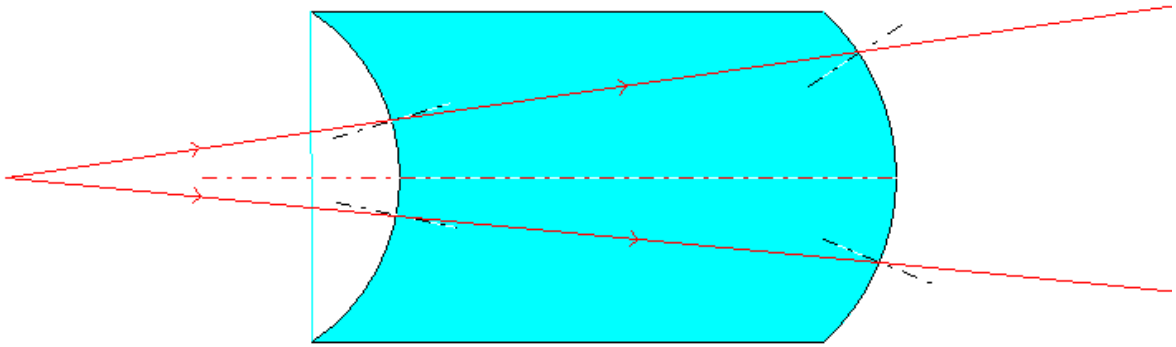


Figure – Lentille épaisse

Lentille mince

Définition

Une lentille mince est un cas particulier de la lentille épaisse pour laquelle les trois conditions ci-dessous sont vérifiées :

$$S_1S_2 \ll S_1C_1$$

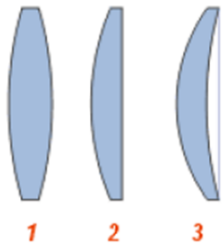
$$S_1S_2 \ll S_2C_2$$

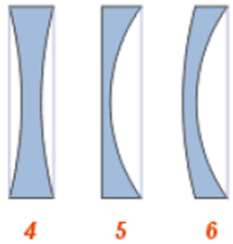
$$S_1S_2 \ll |S_1C_1 - S_2C_2|$$

Dans une lentille mince, les sommets des deux dioptres qui la composent sont confendus. On les remplace par le point O appelé centre optique de la lentille mince.

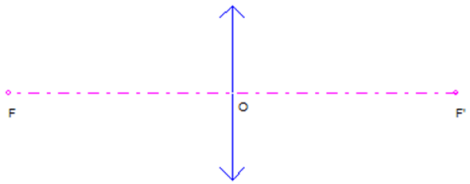
Tout rayon lumineux passant par le centre optique de la lentille mince ne subira aucune déviation lorsqu'il émmergera de cette dernière.

Types et symboles des lentilles minces

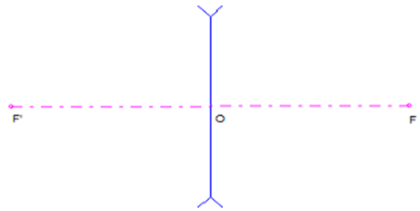




1 : Biconvexe	4 : Biconcave
2 : Plan convexe	Plan concave
3 : minisque convergent	minisque divergent



Symbole de la lentille convergente



Symbole de la lentille divergente

Relation de conjugaison d'une lentille mince d'indice n et plongé dans l'air

Le lentille mince est l'association de deux dioptres sphériques :

- En premier lieu, nous allons chercher l'image d'un objet ponctuelle par le dioptre d'entrée de la lentille L :

$$A \xrightarrow{DS_1} A_1 \Longrightarrow \frac{n}{\overline{S_1A_1}} - \frac{1}{\overline{S_1A}} = \frac{n-1}{\overline{S_1C_1}}$$

- En deuxième lieu, nous construisons l'image de A_1 par le dioptre de sortie de la lentille mince L :

$$A_1 \xrightarrow{DS_2} A' \Longrightarrow \frac{1}{\overline{S_2A'}} - \frac{n}{\overline{S_2A_1}} = \frac{1-n}{\overline{S_2C_2}}$$

Relation de conjugaison

$$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = (n-1)\left(\frac{1}{\overline{OC_1}} - \frac{1}{\overline{OC_2}}\right)$$

Relation de conjugaison d'une lentille mince d'indice n et plongé dans l'air

Le lentille mince est l'association de deux dioptres sphériques :

- En premier lieu, nous allons chercher l'image d'un objet ponctuelle par le dioptre d'entrée de la lentille L :

$$A \xrightarrow{DS_1} A_1 \Longrightarrow \frac{n}{\overline{S_1A_1}} - \frac{1}{\overline{S_1A}} = \frac{n-1}{\overline{S_1C_1}}$$

- En deuxième lieu, nous construisons l'image de A_1 par le dioptre de sortie de la lentille mince L :

$$A_1 \xrightarrow{DS_2} A' \Longrightarrow \frac{1}{\overline{S_2A'}} - \frac{n}{\overline{S_2A_1}} = \frac{1-n}{\overline{S_2C_2}}$$

Relation de conjugaison

$$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = (n-1)\left(\frac{1}{\overline{OC_1}} - \frac{1}{\overline{OC_2}}\right)$$

Relation de conjugaison d'une lentille mince d'indice n et plongé dans l'air

Le lentille mince est l'association de deux dioptres sphériques :

- En premier lieu, nous allons chercher l'image d'un objet ponctuelle par le dioptre d'entrée de la lentille L :

$$A \xrightarrow{DS_1} A_1 \Longrightarrow \frac{n}{\overline{S_1A_1}} - \frac{1}{\overline{S_1A}} = \frac{n-1}{\overline{S_1C_1}}$$

- En deuxième lieu, nous construisons l'image de A_1 par le dioptre de sortie de la lentille mince L :

$$A_1 \xrightarrow{DS_2} A' \Longrightarrow \frac{1}{\overline{S_2A'}} - \frac{n}{\overline{S_2A_1}} = \frac{1-n}{\overline{S_2C_2}}$$

Relation de conjugaison

$$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = (n-1)\left(\frac{1}{\overline{OC_1}} - \frac{1}{\overline{OC_2}}\right)$$

Vergence et foyers d'une lentille mince

Vergence

La vergence d'une lentille mince se définie comme suit :

$$V = (n-1)\left(\frac{1}{\overline{OC_1}} - \frac{1}{\overline{OC_2}}\right)$$

Foyers et distance focale

$$\overline{OF'} = \frac{n'}{V} \Longrightarrow \overline{OF'} = \frac{1}{V} = f'$$

$$\overline{OF} = -\frac{n}{V} \Longrightarrow \overline{OF} = -\frac{1}{V} = f$$

les distances focales objet et image d'une lentille mince baigné dans un milieu homogène d'indice n' sont égale en valeur absolue.

Vergence et foyers d'une lentille mince

Vergence

La vergence d'une lentille mince se définie comme suit :

$$V = (n-1)\left(\frac{1}{\overline{OC_1}} - \frac{1}{\overline{OC_2}}\right)$$

Foyers et distance focale

$$\overline{OF'} = \frac{n'}{V} \Longrightarrow \overline{OF'} = \frac{1}{V} = f'$$

$$\overline{OF} = -\frac{n}{V} \Longrightarrow \overline{OF} = -\frac{1}{V} = f$$

les distances focales objet et image d'une lentille mince baigné dans un milieu homogène d'indice n' sont égale en valeur absolue.

Construction géométrique

Image d'un objet ponctuel par une lentille convergente

Voir la construction sur le tableau.

Image d'un objet ponctuel par une lentille divergente

Voir la construction sur le tableau.

Image d'un objet étendue par une lentille convergente

Voir la construction sur le tableau.

Construction géométrique

Image d'un objet ponctuel par une lentille convergente

Voir la construction sur le tableau.

Image d'un objet ponctuel par une lentille divergente

Voir la construction sur le tableau.

Image d'un objet étendue par une lentille convergente

Voir la construction sur le tableau.

Construction géométrique

Image d'un objet ponctuel par une lentille convergente

Voir la construction sur le tableau.

Image d'un objet ponctuel par une lentille divergente

Voir la construction sur le tableau.

Image d'un objet étendue par une lentille convergente

Voir la construction sur le tableau.

Grandissements

Grandissement transversal

$$G_t = G_{t,DS_1} \times G_{t,DS_2} = \frac{1}{n}\frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA}} \times n\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA_1}} \Longrightarrow G_t = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Grandissement angulaire

$$G_t \times G_a = 1 \Longrightarrow G_a = \frac{1}{G_t} \Longrightarrow G_a = \frac{\overline{OA}}{\overline{OA'}}$$

Grandissement longitudinal

$$G_l = {}^{G_t}/_{G_a} \Longrightarrow G_l = \left(\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}\right)^2$$

Grandissements

Grandissement transversal

$$G_t = G_{t,DS_1} \times G_{t,DS_2} = \frac{1}{n}\frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA}} \times n\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA_1}} \Longrightarrow G_t = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Grandissement angulaire

$$G_t \times G_a = 1 \Longrightarrow G_a = \frac{1}{G_t} \Longrightarrow G_a = \frac{\overline{OA}}{\overline{OA'}}$$

Grandissement longitudinal

$$G_l = {}^{G_t}/_{G_a} \Longrightarrow G_l = \left(\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}\right)^2$$

Grandissements

Grandissement transversal

$$G_t = G_{t,DS_1} \times G_{t,DS_2} = \frac{1}{n}\frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA}} \times n\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA_1}} \Longrightarrow G_t = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

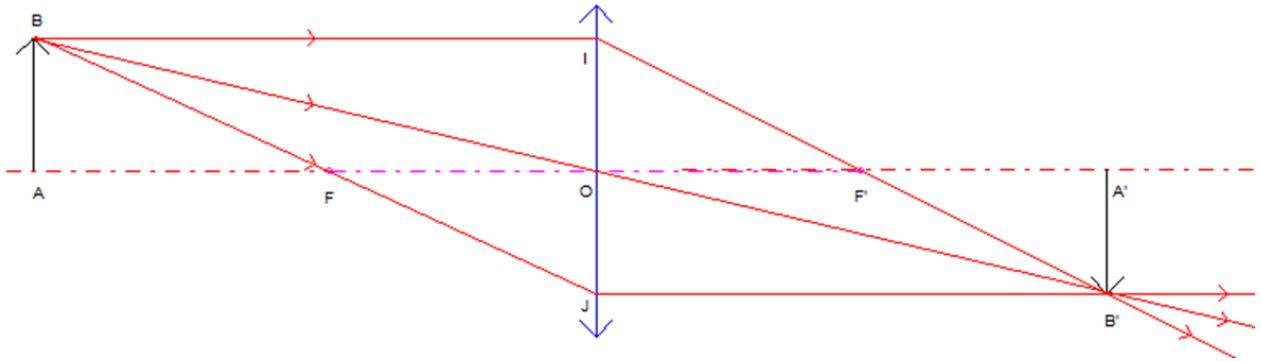
Grandissement angulaire

$$G_t \times G_a = 1 \Longrightarrow G_a = \frac{1}{G_t} \Longrightarrow G_a = \frac{\overline{OA}}{\overline{OA'}}$$

Grandissement longitudinal

$$G_l = {}^{G_t}/_{G_a} \Longrightarrow G_l = \left(\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}\right)^2$$

Relation de conjugaison avec origine aux foyers



Les triangles (ABF) et (FOJ) sont semblables ainsi que les les triangles $(A'B'F')$ et $(F'OI)$, ce qui permet d'avoir :

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{OJ}} = \frac{\overline{FA}}{\overline{FO}} \qquad \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OI}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$$

En remarquent que $\overline{OJ} = \overline{A'B'}$ et $\overline{OI} = \overline{AB}$ on trouve :

$$\frac{1}{G_t} = \frac{\overline{FA}}{\overline{FO}} \; et \; G_t = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} \Longrightarrow \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} \times \frac{\overline{FA}}{\overline{FO}} = 1 \Longrightarrow \overline{F'A'} \times \overline{FA} = -f'^2$$